

Book of Abstracts

渦と磁場を焦点とする時空のトポロジーと幾何  
Space-time topology and geometry with a focus  
on vorticity and magnetic fields

15-17 December 2022 @ JR Hakata City 9F, Meeting Room

**Support:**

Osaka Central Advanced Mathematical Institute:

MEXT Joint Usage/Research Center on Mathematics and Theoretical Physics

JPMXP0619217849.

(2022-12-15 version)

## Abstracts

<b>Takashi Arima</b> (National Institute of Technology, Tomakomai College), <b>Tommaso Ruggeri</b> (University of Bologna)	
Molecular rational extended thermodynamics of polyatomic gases	4
<b>Yuki Kawaguchi</b> (Nagoya University)	
Quantized vortices in a Bose-Einstein condensate with internal de- grees of freedom . . . . .	6
<b>Shinji Koide</b> (Kumamoto University) and <b>Mika Inda-Koide</b> (Sojo University)	
GRMHD numerical simulation of magnetic reconnection around a black hole . . . . .	7
<b>Hiroshi Itoyama</b> (NITEP, Osaka Metropolitan U.)	
Successes in matrix models in quantum field theory . . . . .	9
<b>Kazunobu Maruyoshi</b> (Seikei U.)	
On supersymmetry enhancement . . . . .	9
<b>Allan Gerrard</b> (Ochanomizu U.), <b>Niall MacKay</b> (U. York), <b>Vidas Regelskis</b> (U. Hertfordshire, Vilnius U.)	
Nested Bethe ansatz for quantum spin chains . . . . .	11
<b>Tetsuo Deguchi</b> (Ochanomizu University), <b>Jason Cantarella</b> (Uni- versity of Georgia), <b>Clayton Shonkwiler</b> (Colorado State Univer- sity), <b>Erica Uehara</b> (Ochanomizu University)	
Exact elasticity of a phantom network of polymers through homol- ogy . . . . .	12
<b>S. Yoshino, M. Hirota, Y. Hattori</b> (Tohoku U.)	
On the validity and application of extended MHD models for rela- tivistic plasmas . . . . .	14
<b>Zensho Yoshida</b> (National Institute for Fusion Science)	
Symmetry generated by Casimir invariant and scale hierarchy yield- ing adiabatic invariant . . . . .	16

<b>Ken Abe</b> (Osaka Metropolitan University)	
Stability of Chandrasekhar’s nonlinear force-free fields . . . . .	18
<b>H. Ishihara, T. Ogawa</b> (Osaka Metro. U.), <b>M. Takahashi</b> (Aichi U. Edu.)	
Alfvén waves in a homogeneous magnetic field . . . . .	19
<b>Masaaki Takahashi</b> (Aichi Univ. Education)	
Black hole force-free magnetosphere and Beltrami magnetic field .	21
<b>Takayoshi Sano</b> (Osaka University)	
Relativistic wave-particle interaction under a strong magnetic field	22
<b>M.Suzuki</b> (Nagoya Inst. Tech.), <b>M.Takayama</b> (Keio U.), <b>K.Z.Zhang</b> (New York U.)	
Stability and instability of plasma boundary layers . . . . .	24
<b>Takashi Ishihara</b> (Okayama University)	
On vortical structures in high Reynolds number turbulence	
— Results of direct numerical simulations . . . . .	26

# Molecular Rational Extended Thermodynamics of polyatomic gases

Takashi Arima<sup>1</sup>, Tommaso Ruggeri<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*National Institute of Technology, Tomakomai College, Tomakomai, Japan*

<sup>2</sup>*University of Bologna, Bologna, Italy*

Rational extended thermodynamics (RET) [1,2] has been developed as a thermodynamic theory being applicable to nonequilibrium phenomena with steep gradients and rapid changes in space-time, which are out of local equilibrium. Under the requirement of the symmetric hyperbolic system with a convex entropy, the theory adopts dissipative fluxes as fields in addition to the usual thermodynamic fields. From a mesoscopic description, the molecular RET based on the Boltzmann equation has been proposed and developed [1,2]. It has been proved that RET and molecular RET are consistent each other.

In this talk, we present state-of-the-art on the molecular RET. First, we introduce the well-established theory for rarefied monatomic gases. Then, we discuss the recently developed theory of polyatomic gases for relativistic [3] and non-relativistic [4,5] cases. For polyatomic gases, the multiscale dissipation processes due to the relaxation of the molecular internal degrees of freedom play a significant role. We show that the molecular RET describes such dissipation processes in a unified way different from the previous kinetic and thermodynamic theories..

## References

- [1] I. Müller, T. Ruggeri: *Rational Extended Thermodynamics*, Springer Tracts in Natural Philosophy **37** (II edition), Springer-Verlag, New York (1998)
- [2] T. Ruggeri, M. Sugiyama: *Rational Extended Thermodynamics beyond the Monatomic Gas*, Springer, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London (2015).
- [3] T. Arima, T. Ruggeri and M. Sugiyama: *Entropy* **20**, 301 (2018)
- [4] T. Arima and M. Sugiyama: *AIP Conf. Proc.* To be published.
- [5] T. Arima, T. Ruggeri and M. Sugiyama: *Phys. Rev. E*, **96**, 042143 (2017)

# 多原子分子気体に対する分子運動論的な拡張された熱力学

有馬 隆司<sup>1</sup>, Tommaso Ruggeri<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 苫小牧工業高等専門学校・総合自然, <sup>2</sup> ボローニャ大学・応用数学

局所的熱平衡の仮定を破る流体中の強い非平衡現象に対して、「拡張された熱力学(RET)」[1,2]が発展している。この理論は、流体力学的物理量に加え、粘性応力や熱流束といった散逸的な物理量も独立変数と採り、エントロピー原理に基づいてその時間発展を対称双曲型の偏微分方程式系で記述する。RETは、Navier-Stokes-Fourier理論（相対論的な場合はEckart理論）を粗視化の極限として含む。現象論的なマクロ理論であるRETに対し、Boltzmann方程式からRETを最大エントロピー原理によって導出するという分子運動論的RET (molecular RET) の試みも発展している[1,2]。

本講演では、まず、molecular RETが確立されている相対論および非相対論的な単原子分子希薄気体を対象に、その基本的アイデアを紹介する。次に、近年著者等によって提案されている多原子分子気体に対する相対論[3]および非相対論的[4,5]なmolecular RETを議論する。多原子分子気体の場合、例えば水素気体や二酸化炭素気体にみられる、遅い分子内部モード緩和が存在する。従来の運動論的・熱力学的理論ではこのようなマルチスケールな現象の記述に困難を伴っていたが、molecular RETはこの問題を解決する流体の階層的記述の枠組みを与えることを示す。

## 参考文献

- [1] I. Müller, T. Ruggeri: *Rational Extended Thermodynamics*, Springer Tracts in Natural Philosophy 37 (II edition), Springer-Verlag, New York (1998)
- [2] T. Ruggeri, M. Sugiyama: *Classical and Relativistic Rational Extended Thermodynamics of Gases*, Springer, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London (2021).
- [3] T. Arima, M. C. Carrisi, S. Pennisi, and T. Ruggeri, “Relativistic Rational Extended Thermodynamics of Polyatomic Gases with a New Hierarchy of Moments”, *Entropy*, 24, 43 (2022)
- [4] T. Arima, S. Taniguchi, T. Ruggeri, M. Sugiyama, *Extended thermodynamics of dense gases*, *Continuum Mech. Thermodyn.*, 24, 271-292 (2011).
- [5] T. Arima, T. Ruggeri and M. Sugiyama: *Phys. Rev. E*, **96**, 042143 (2017)

## 内部自由度を持った原子気体 BEC における量子渦

名古屋大学大学院工学研究科 応用物理学専攻

川口 由紀

電氣的に中性なボース原子を気体状態に保って数 10nK という超低温まで冷却すると、ボース・アインシュタイン凝縮が起こり、多数の粒子が同一の一粒子状態を占有する。このようなボース・アインシュタイン凝縮体(BEC)は、多体の量子系でありながら一つの巨視的波動関数により状態を記述でき、系の量子性・波動性が巨視的に観測可能となる。その顕著な例の一つが渦の量子化である。BEC の運動を記述する非線形 Schrodinger 方程式は完全流体のオイラー方程式に帰着し、速度場の循環が量子化する。量子渦は超流動ヘリウムや超伝導体で観測されてきたが、原子気体を用いると、その構造やダイナミクスがつぶさに観測できる。さらに、BEC を構成する原子がスピン自由度を持つ場合、様々な磁性相が出現し、渦の種類も多様になる。例えば、強磁性相においてはスピン角運動量と流れ場の結合が起き、速度場の循環は量子化せず連続的に変化する。一方、ネマティック秩序を持つ相の場合、速度場の循環が通常の  $1/2$  や  $1/3$  で量子化する分数量子渦が存在する。 $1/2$  量子渦は実験でも観測されている。講演ではこのような渦の分類およびダイナミクスについて紹介する。

### Quantized vortices in a Bose-Einstein condensate with internal degrees of freedom

Department of Applied Physics, Nagoya University

Yuki Kawaguchi

Gaseous neutral Bose atoms exhibit Bose-Einstein condensation at ultra-low temperatures of several 10nK, where many particles occupy the same single-particle state. In such a Bose-Einstein condensate (BEC), the many-body quantum state can be described with a single macroscopic wave function, and the quantum nature of the system can be observed macroscopically. Examples include quantized vortices. The non-linear Schrodinger equation describing the motion of a BEC reduces to the Euler equations of a perfect fluid, and the circulation of the velocity field is quantized. Although quantized vortices have been observed in superfluid helium and superconductors, the use of atomic gases allows us to observe their structure and dynamics in detail. Furthermore, when the atoms composing the BEC have spin degrees of freedom, various magnetic phases emerge, which accommodate various types of vortices. For example, in the ferromagnetic phase, the spin angular momentum and flow field are coupled, enabling the circulation to change continuously. On the other hand, in the nematic ordered phase, there can be fractional quantum vortices in which the circulation is quantized in units of  $1/2$  or  $1/3$  of the normal value.  $1/2$  quantum vortices have been observed experimentally. In my talk, I will introduce the classification and dynamics of such vortices.

GRMHD numerical simulation of magnetic reconnection around a black hole

Shinji Koide (Kumamoto University), Mika Inada-Koide (Sojo University)

The magnetic reconnection was proposed for explanation of solar flares in the 1940s. Recently, the magnetic reconnection has been applied to the high-energy phenomena around black holes, like flares and jet ejections observed near black holes in active galactic nuclei such as M87\* and Sgr A\*. We have performed numerical simulations of general relativistic magnetohydrodynamics (GRMHD) of the reconnection around a black hole. We found the relatively fast magnetic reconnection is caused even in the case of uniform resistivity around a black hole. In my talk, I will present the introductory review of magnetic reconnection, the related observations, numerical method of GRMHD, and show the latest results of our resistive GRMHD simulations of the magnetic reconnection near a black hole.

ブラックホール近傍での磁気リコネクションのGRMHD数値計算  
小出眞路(熊本大学)、小出美香(崇城大学)

近年磁気リコネクションは高エネルギー天体现象を説明する素過程としてしばしば使われる。もともと磁気リコネクションは太陽フレアを説明するために1940年代に考えられたアイデアであるが、太陽表面ばかりではなく広く磁場がともなう高エネルギー天体では登場する場面が増えてきた。例えば、巨大楕円銀河M87の中心にあるブラックホールM87\*からはガンマ線フレアが観測され、銀河系中心にあるブラックホールSgrA\*の地平面の近くでは、近赤外線とX線が同じような短い時間(数分)で変動する様子が観測されている。これらのブラックホールまわりのフレアも磁気リコネクションが引き起こしている可能性がある。我々はブラックホールまわりの磁気リコネクションの物理的機構を解明するために、ブラックホールまわりに分割単磁極型の磁場を設定して、磁気リコネクションの数値計算を行ってきた。このようなブラックホール近傍での磁気リコネクションの素過程の基本物理を解明しようとする試みは他では行われていない。計算では一様な抵抗を入れた一般相対論的電磁流体力学(抵抗性GRMHD)方程式を使っている。これまで電気抵抗が一様であるのにもかかわらずブラックホールの赤道面で磁気リコネクションが起きること、また磁気リコネクション率の時間変化率は、ブラックホールの自転にあまり依存せず、時間的にほぼ一定であることを示した。このことは、磁気リコネクションの起こる領域は局所的であるので、ブラックホール近傍の強い潮汐力などの影響を受けないとして理解される。しかし、その磁気リコネクション率の時間変化率の電気抵抗依存性はこれまでの磁気リコネクションモデルには見られないもので、新しい磁気リコネクション機構を示唆している。講演では、関係する観測の紹介、磁気リコネクション、GRMHD数値計算の基本的な説明を行い、ブラックホール近傍での磁気リコネクションの抵抗性GRMHDを使った最近の計算結果について述べる。



# Successes in matrix models in quantum field theory

digest taken from PKU Lectures this summer

**H. Itoyama**

Nambu Yoichiro Institute of Theoretical and Experimental Physics (NITEP)  
Osaka Metropolitan University (formerly Osaka City University), Japan

- to understand roles played by matrix models in relativistic quantum field theory (and string theory)
- head for two major applications in the past: 2d quantum gravity (or equivalently  $c < 1$  noncritical string) 2d regular & irregular C.B. versus 4d susy gauge theory connection through matrices
- The basic points to make are

Contents of each one:

- 1st one : m. m. primer
- 2nd one : 2d gravity and  $c \leq 1$  noncritical string I) both by the O.P. & S.D. planar level
- 3rd one : LEEA of susy gauge theory & 2d 4d connection through matrices I) but in reality, almost all CFT leading to C.B.
- 4th one : 2d gravity  $\cdots$  II) d.s.l.
- 5th one : LEEA  $\cdots$  II) twd some research results in more recent years

Kazunobu Maruyoshi (Seikei U.)

Title: On supersymmetry enhancement

Abstract:

In this talk, we discuss the global symmetry of quantum field theory (QFT) under the renormalization group (RG) flow. In general, it is natural that the symmetry is reduced during the RG flow because of the spontaneous symmetry breaking or the a-theorem in conformal field theory, and the enhancement of the symmetry is a rare phenomenon. However, the exact analysis of the RG flow can be done in supersymmetric QFTs, which enables us to find the RG flow where the infrared supersymmetry is enhanced. In particular, we see that the  $N=1$   $SU(2)$  gauge theory with an adjoint chiral multiplet coupled by the certain superpotential has the  $N=2$  supersymmetric fixed point, which is the Argyres-Douglas theory. We discuss the universality of this phenomena in QFT and the reason of this.

日本語

概要: この講演では、場の量子論の大域的対称性が繰り込み群のもとでどのように変化するか議論する。一般に、自発的対称性の破れや共形場理論での a 定理などから、大域的対称性は繰り込み群のもとで縮小することが自然で、対称性の拡大は珍しい現象である。超対称性を持つ場の量子論では様々な物理量の厳密な解析が可能で、このような対称性の拡大現象の搜索も可能となる。実際、随伴表現に属するカイラル多重項を持ち適切なポテンシャル項を加えた  $N=1$   $SU(2)$  ゲージ理論は、紫外極限で超対称性が  $N=1$  から  $N=2$  に拡大する。この紫外極限での理論は Argyres-Douglas 理論として知られているものである。この現象が、場の量子論においてどの程度一般的か、またこの現象が起こる理由についても議論する。

# Nested Bethe ansatz for quantum spin chains

Allan Gerrard, Niall MacKay, Vidas Regelskis

December 13, 2022

The algebraic Bethe ansatz is a technique which can be used to construct energy eigenstates for quantum spin chain models, which model (anti-)ferromagnetism in 1+1 dimensions. Due to the algebraic nature of the technique, it allows for a large number of generalisations: most immediately to higher rank Lie algebras, to which we apply the *nested* algebraic Bethe ansatz, as well as systems with open boundary conditions.

I will introduce the technique in its most basic form, and describe its generalisation to the nested algebraic Bethe ansatz and its relation to quantum groups. I will then show how this technique can be further generalised to systems with even orthogonal and symplectic symmetry, with a focus on the twisted Yangian spin chain.

This talk is based on work with Vidas Regelskis and Niall MacKay. [1] [2] [3] .

## References

- [1] Allan Gerrard, Niall MacKay, and Vidas Regelskis. “Nested Algebraic Bethe Ansatz for Open Spin Chains with Even Twisted Yangian Symmetry”. In: *Annales Henri Poincaré* 20.2 (Feb. 2019), pp. 339–392. DOI: 10.1007/s00023-018-0731-1.
- [2] Allan Gerrard and Vidas Regelskis. “Nested algebraic Bethe ansatz for orthogonal and symplectic open spin chains”. In: *Nuclear Physics B* 952 (Mar. 1, 2020), p. 114909. DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2019.114909.
- [3] Allan Gerrard and Vidas Regelskis. “Nested algebraic Bethe ansatz for deformed orthogonal and symplectic spin chains”. In: *Nuclear Physics, Section B* 956C (Apr. 10, 2020). Publisher: Elsevier.

## ホモロジーの応用による高分子のファントムネットワークの厳密な弾性率

○講演タイトル (英語)

Exact elasticity of a phantom network of polymers through homology

Tetsuo Deguchi (Ochanomizu University), Jason Cantarella (University of Georgia), Clayton Shonkwiler (Colorado State University), and Erica Uehara (Ochanomizu University).

The phantom network model is fundamental in the study of the elastic behavior of polymer networks such as rubbers and gels in polymer physics. Here, phantom networks consist of Gaussian chains connected at cross-links. In this talk we present a theoretical method for calculating the shear modulus rigorously for phantom networks associated with periodic lattices such as the diamond, simple cubic and body-centered cubic lattices, etc. The exact results generalize a well-known formula for the shear modulus of phantom networks. In fact, the validity of the formula was discussed only for those networks associated with tree graphs. Furthermore, we argue that the exact results are consistent with a recent molecular dynamical simulation of phantom networks in melt associated with periodic lattices.

The boundary operator of homology theory plays a central role in the present approach. The connectivity of network chains may lead to nontrivial constraints on them. However, by taking advantage of homology we construct all the network configurations by generating all the sets of chain vectors satisfying the constraints of loops, where we make no positions of cross-links fixed. Here we have called the end-to-end vector of a network chain the chain vector. In all known previous studies of the phantom network the position vectors of some cross-links are fixed in order to make the partition function finite. However, if we fix the positions of some cross-links in a network, it makes the theoretical approach to the elasticity quite nontrivial. Thus, it should be the reason why no direct calculation of shear modulus has been performed for phantom networks.

ホモロジーの応用による高分子のファントムネットワークの厳密な弾性率

出口哲生（お茶の水女子大学）、ジェーソン・カンタレラ（ジョージア大学）、  
クレイトン・ショーシクワイラー（コロラド州立大学）、上原恵理香（お茶の水女子大学）

ファントムネットワークモデルは、高分子ネットワークの弾性を理解する上で基本的で重要な高分子物理のモデルである。ファントムネットワークは、ガウス型ランダムウォークが架橋点で繋がれて形成された系である。本講演では、単純立方格子、体心立方格子、ダイヤモンド格子など格子型のファントムネットワークの弾性率を厳密に計算する方法を説明する。弾性率の厳密な結果は、ファントムネットワークの剪断弾性率に関する既知の公式を拡張する。実際、従来の公式の導出は、ツリー型のネットワークに対してのみ議論されていた。さらに、弾性率の厳密な結果は、数年前に行われたファントムネットワークの分子動力学シミュレーションの結果を理論的に説明できることが分かった。

本講演の方法では、ホモロジー理論の境界演算子が重要な役割を果たす。また、その特徴の一つは架橋点を固定しないことである。高分子ネットワークの中の架橋鎖は、お互いに連結されているために、両端点に非自明な拘束条件が課されたランダムウォークに対応する。従来のアプローチでは、分配関数の発散を防ぐため、固定架橋点を導入する。しかし、固定架橋点が存在すると弾性率の厳密な計算は困難であり、事実上不可能であった。このため、現在に至るまで、弾性率の厳密な計算は行われていなかったと考えられる。本講演の方法では、ホモロジーの境界演算子を用いてネットワークの配置を架橋鎖ベクトルの集合を用いて表し、その結果として分配関数が発散しない計算方法を実現する。

**S. Yoshino, M. Hirota, Y. Hattori (Tohoku U.)**

**On the validity and application of extended MHD models for relativistic plasmas**

The MHD (magnetohydrodynamics) approximation to the two-fluid equation describing flow phenomena in special relativistic plasmas has already been used to simulate various cosmic phenomena. On the other hand, for non-relativistic plasmas, the extended MHD model, which is less approximated than MHD, has been proposed and is necessary to simulate collision-less magnetic reconnection on a local scale.

Therefore, the extended MHD for special relativistic plasmas has been proposed in an existing study. However, the physical validity of the approximation is unclear, and it is also obscure what phenomena the approximation is applicable to.

So, we clarify the quantitative conditions of the extended MHD approximation by scale analysis, discuss its physical validity, and propose other stepwise approximations from the two-fluid equation to MHD. We propose a diagram to determine which approximation is best suited for the physical phenomena that you want to investigate, based on the representative dimensionless quantities.

In addition to the above, we present recent research examples of non-relativistic extended MHD.

吉野舜太郎, 廣田真, 服部裕司 (東北大)

## 相対論的プラズマに対する拡張MHD モデルの妥当性と応用について

特殊相対論的なプラズマの流動現象を記述する二流体方程式に対する MHD (magnetohydrodynamics) 近似は既に様々な宇宙現象のシミュレーションに用いられている。一方で、非相対論的なプラズマにおいては、MHD よりも近似を少なくした拡張 MHD 近似が提唱され、衝突が少ない場合での局所的な磁気リコネクションのシミュレーションに必要であると分かっている。そのため、既存研究で特殊相対論的なプラズマの拡張 MHD 近似が提唱された。しかしその近似の物理的妥当性は不明瞭であり、どんな現象で応用可能かも明らかでない。

そこで我々はスケール解析によって拡張 MHD 近似の定量的な条件を明らかにし、その物理的妥当性について議論すると共に、二流体方程式から MHD に至るまでの、その他の段階的な近似を提唱する。また、調べたい物理現象の代表的な無次元量から、どの近似が最適であるかを判別できる表を作成した。

本講演では以上の内容に併せて、非相対論的な拡張 MHD の最近の研究事例を紹介する。

## Symmetry generated by Casimir invariant and scale hierarchy yielding adiabatic invariant

Zensho Yoshida

National Institute for Fusion Science

Topological constraints are the key to an understanding of how a macrosystem can be different from the simple sum of microelements. Here, we formulate topological constraints as foliation of the phase space [1]. The emergence of a macrostructure is a reflection of reduced degrees of freedom, because the realization of all degrees of freedom, on an equal footing, maximizes the entropy and eliminates any inhomogeneity. A macrohierarchy is, then, a leaf (submanifold) immersed in the total phase space. Here we discuss some examples in which the foliation (reduction of some degree of freedom) yields interesting dynamics and structures. A plasma confined in a magnetic field is such an example invoked for explaining the organizing principle. In a magnetosphere, the plasma self-organizes to a state with a steep density gradient [2]. The resulting nontrivial structure has maximum entropy in an effective phase space that is reduced by adiabatic invariants and the corresponding coarse-grained angle variables. Formally, the adiabatic invariants may be viewed as Casimir invariants, and the effective phase space is the level-set of the Casimir. Conversely, we may deem any Casimir invariant as an adiabatic invariant derived by separating a ‘micro’ conjugate variable; the topological constraint of the Casimir invariant can be unfrozen when the conjugate variable is recovered [3]. When observed in the extended canonical phase space, the Hamiltonian flow generated by the Casimir represents the gauge symmetry of the reduced macroscopic variable.

1. Z. Yoshida; Self-organization by topological constraints: hierarchy of foliated phase space, *Adv. Phys.* **1** (2016), 2-19.
2. Z. Yoshida and S. M. Mahajan; Self-organization in foliated phase space: construction of a scale hierarchy by adiabatic invariants of magnetized particles, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2014** (2014), 073J01 (pp. 14)..
3. Z. Yoshida and P. J. Morrison; Unfreezing Casimir invariants: singular perturbations giving rise to forbidden instabilities, in *Nonlinear physical systems: spectral analysis, stability and bifurcation*, (Ed. by O. N. Kirillov and D. E. Pelinovsky, ISTE and John Wiley and Sons, 2014) Chap. 18, p. 401--419.



吉田善章

核融合科学研究所

トポロジー束縛は、マクロシステムがマイクロな要素の単純な合成といかに異なるかを理解するための鍵である。ここでは、位相空間の葉層構造としてトポロジー束縛を定式化する [1]。マクロ構造の出現は、自由度の縮減を意味する。実際、すべての自由度が平等に実現すると、エントロピーが最大化され、不均一性が排除される。したがって、マクロ階層は、全位相空間にはめ込まれた部分多様体である。ここでは、幾つかの例を示しながら、葉層化 (自由度の縮減) が興味深いダイナミクスと構造を生み出すことを示す。マクロな構造の自己組織化を説明する例として、磁化されたプラズマを考える [2]。磁気圏の中でプラズマは急峻な密度勾配を持つ閉じ込め状態を自己組織化する。その構造は、断熱不変量に相当する作用変数によって葉層化された有効位相空間上で最大エントロピー状態であることが示される。この断熱不変量はカシミール不変量と見なすことができ、有効位相空間はカシミールのレベルセットである。逆に、カシミール不変量は、なんらかの「マイクロ変数」を分離することによって導出された断熱不変量と見なすことができる。カシミール不変量のトポロジー束縛は、そのマイクロ変数を回復したとき (ハミルトニアンに含めたとき) に「解凍」することができる [3]。その拡張した正準位相空間でみると、カシミールによって生成されるハミルトン流は、マクロ変数のゲージ対称性を表す。

1. Z. Yoshida; Self-organization by topological constraints: hierarchy of foliated phase space, *Adv. Phys.* **1** (2016), 2-19.
2. Z. Yoshida and S. M. Mahajan; Self-organization in foliated phase space: construction of a scale hierarchy by adiabatic invariants of magnetized particles, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2014** (2014), 073J01 (pp. 14)..
3. Z. Yoshida and P. J. Morrison; Unfreezing Casimir invariants: singular perturbations giving rise to forbidden instabilities, in *Nonlinear physical systems: spectral analysis, stability and bifurcation*, (Ed. by O. N. Kirillov and D. E. Pelinovsky, ISTE and John Wiley and Sons, 2014) Chap. 18, p. 401--419.

## STABILITY OF CHANDRASEKHAR'S NONLINEAR FORCE-FREE FIELDS

KEN ABE

Mathematical research on Taylor's conjecture began with the work of Caglioli et al. in the late 90s. It is known that the total energy of weak solutions to ideal MHD is conserved provided that they have regularity better than  $1/3$  Hölder continuous. As for magnetic helicity, Kang and Lee showed that weak solutions conserve it provided that they have regularity better than  $L^3$ -integrable in space and time. Recently Faraco and Lindberg provide the mathematical proof to Taylor's conjecture in terms of weak ideal limits of Leray–Hopf solutions to viscous and resistive MHD. In this talk, I will discuss the Taylor state stability in ideal MHD in terms of weak ideal limits of Leray–Hopf solutions based on Taylor's relaxation theory. Then I will further consider Chandrasekhar's solutions as rare examples of nonlinear force-free fields and discuss their orbital stability in the axisymmetric setting. This talk is based on the preprint arXiv:2206.00899.

チャンドラセカール解の安定性

阿部健

テーラー予想についての数学的研究は 90 年代後半に Caglioli 等によって開始された。理想 MHD の弱解の全エネルギーについては、 $1/3$  次ヘルダー連続よりも正則性が良ければ保存され、Kang と Lee の研究を経て磁気ヘリシティについては時空間で 3 乗可積分よりも正則性が良ければ保存されることがわかっている。最近になり Faraco と Lindberg はテーラー予想の数学的証明を抵抗がある MHD 方程式のレイホッフ解の弱理想極限により与えた。本講演では緩和理論に基づくテーラー状態の理想 MHD 安定性を弱理想極限の枠組みで考える。次にその議論を元に非線形フォースフリー場の希少な例であるチャンドラセカール解の軌道安定性を軸対称の設定のもとで考える。本講演はプレプリント arXiv:2206.00899 に基づく。

(K. ABE) DEPARTMENT OF MATHEMATICS, GRADUATE SCHOOL OF SCIENCE, OSAKA METROPOLITAN UNIVERSITY, 3-3-138 SUGIMOTO, SUMIYOSHI-KU OSAKA, 558-8585, JAPAN  
*E-mail address:* kabe@omu.ac.jp

## **Alfvén waves in a homogeneous magnetic field**

H.Ishihara, T.Ogawa, and M.Takahashi

Inspired by the fact that a 3-dimensional sphere,  $S^3$ , is a twisted  $S^1$  bundle on a  $S^2$  base space, we set up a homogeneous Beltrami magnetic field. We study Alfvén waves propagating on the Beltrami magnetic field using 4-dimensional covariant formalism. We show that linearized wave equations that admit circular polarized solutions with broken left-handed and right-handed symmetry, and there exist a cut-off frequency for one-handed modes. By superposition of the right-handed and left-handed modes, we have wave solutions in which the plane of polarization rotates along the propagation direction analogous to the Faraday rotation. Finally, we show the Alfvén waves on the Beltrami magnetic field carry both energy and angular momentum.

## 一様なベルトラミ磁場中のアルヴェン波

石原秀樹（大阪公大）, 高橋真聡（愛教大）, 小川達也（大阪公大）

3次元球面がねじれた1次元球面をファイバーとする2次元球面上のファイバー束で表せることを動機として, 一様なベルトラミ磁場を構成し, それに沿って伝播するアルヴェン波を解析した. 線形化されたアルヴェン波の波動方程式を得, 右手左手対称性の破れた円偏光波の解が許されることを示し, 分散関係より片手モードが禁止されるカットオフ振動数の存在を明らかにした. また, 右手・左手モードを重ね合わせることにより, 偏光面が波の進行に沿って回転する波動解を得た. 最後に, ベルトラミ磁場に沿って伝播するアルヴェン波は, エネルギーとともに, 角運動量も輸送することを明らかにした.

## ブラックホール force-free 磁気圏とベルトラミ磁場

高橋 真聡 (愛教大)

ブラックホールまわりの天体現象を理解する上で、しばしば磁気圏としての活動性が重要となる。特に、宇宙ジェットなどの高エネルギー天体現象を扱う際には磁場が重要な役割を果たすと考えられ、Force-free 近似 で考察されてきた。

特に、ブラックホールが自転している場合には、磁場によりブラックホールの回転エネルギーの引き抜きが可能であり、高エネルギー天体現象の源として注目されている。そのパワーは、磁場強度や形状に大きく依存し、磁気圏の磁場構造の理解は重要なテーマである。しかしながら、その解法は困難で、新しい視点を求めたいところである。本講演では、ベルトラミ磁場の解析手法を取り入れたブラックホール磁気圏の新解法を探る。

## Black hole force-free magnetosphere and Beltrami magnetic field

Masaaki Takahashi (Aichi Univ. Education)

In astronomical phenomena around black holes, the activity of the magnetosphere, which is composed of magnetic fields and plasma, is often important. In particular, magnetic fields have been considered to play an important role in high-energy astronomical phenomena such as astronomical jets, and have been discussed in the Force-free approximation.

When the black hole rotates, it is possible to extract the rotational energy of the black hole by the magnetic field (Blandford & Znajek 1977), and it is attracting attention as a energy source of high-energy astronomical phenomena. This power (BZ power) depends greatly on the strength and shape of the magnetic field. Therefore, understanding the magnetic field structure of the magnetosphere is an important theme. However, the method of analysis is so difficult. We would like to seek a new viewpoint.

In my talk, I will introduce the current state of black hole magnetosphere researches and explore new analysis methods that incorporate the analysis method of the Beltrami magnetic field.

Relativistic wave-particle interaction under a strong magnetic field  
Takayoshi Sano (Osaka University)

The ultimate goal of laser physics is to realize laser-driven inertially confined fusion. To achieve this goal, we must understand the heating and acceleration processes due to the interaction between the laser light and plasmas. In recent years, the idea that strong magnetic fields can help control laser plasmas has become widespread. Therefore, there is an urgent need to elucidate the behaviors of laser plasmas in strong magnetic fields. Using the particle-in-cell (PIC) scheme, we investigate how the plasma processes driven by a relativistic-intensity laser will be modified by the presence of a strong magnetic field. In particular, we focus on the interaction between standing waves and plasma, which occurs when electromagnetic waves propagating in opposite directions collide. The results show that efficient energy conversion from electromagnetic waves to plasma occurs at magnetic field strengths where the electron cyclotron frequency is larger than the wave frequency. Furthermore, depending on the magnetic field strength, the energy receivers can be either electrons or ions. I will explain these wave-particle interactions under a strong magnetic field in this talk.

強磁場中の相対論的波動粒子相互作用  
佐野孝好（大阪大）

レーザープラズマ物理の究極の目標は、レーザー駆動による慣性核融合の実現である。この目標を達成するためには、レーザー光による効率的なプラズマ加熱過程を解明しなければならない。近年、磁場を用いてレーザープラズマを制御する手法が盛んに考えられるようになり、強磁場中のレーザープラズマ相互作用の理解が急務となっている。そこで、我々はプラズマ粒子シミュレーション(Particle-in-Cell 法)を用いて、相対論的強度のレーザーによるプラズマ加熱及び加速過程が、強磁場の存在でどのような影響を受けるかを調べている。特に、磁力線に沿って対向に伝播する電磁波同士が衝突した際に生じる定在波とプラズマとの相互作用に着目している。本講演では、磁場中を伝播するホイッスラー波の特性によって、電子やイオンが選択的に加熱される物理機構について紹介する。

## Stability and instability of plasma boundary layers

M. Suzuki (Nagoya Inst. Tech.), M. Takayama (Keio U.), K.Z. Zhang (New York U.)

We investigate mathematically a plasma boundary layer near the surface of materials immersed in a plasma, called a *sheath*. From a kinetic point of view, Boyd–Thompson [1] proposed a kinetic Bohm criterion which is required for the formation of sheaths. Then Riemann [2] pointed out (although without a rigorous proof) that the criterion is a necessary condition for the solvability of the stationary Vlasov–Poisson system. Recently, Suzuki–Takayama [3] analyzed rigorously the solvability of the stationary Vlasov–Poisson system, and clarified in all possible cases whether or not there is a stationary solution. It was concluded that the Bohm criterion is necessary but not sufficient for the solvability. In this talk, we study the nonlinear stability and instability of the stationary solutions of the Vlasov–Poisson system. The location of the support of the initial data is a major factor leading to stability/instability.

### Reference

- [1] R. L. F. Boyd and J. B. Thompson, Proc. R. Soc. Lond. A **252** (1959), 102–119.
- [2] K.-U. Riemann, IEEE Trans. Plasma Sci. **23** (1995), 709–716.
- [3] M. Suzuki and M. Takayama, arXiv:2106.15990.
- [4] M. Suzuki, M. Takayama and K. Z. Zhang, arXiv:2208.07326.



## プラズマ境界層の安定性と不安定性

鈴木政尋 (名工大), 高山正宏 (慶應大), K. Z. Zhang (ニューヨーク大)

プラズマが接触する固定壁付近に形成される境界層 (シース, sheath) を数学解析する. Boyd–Thompson [1] は, 分子運動論的な視点からシースが形成されるための条件 (分子運動論的 Bohm 条件) を提案した. その後, Riemann [2] により, この条件は定常 Vlasov–Poisson 方程式が可解となるための必要条件であることが指摘された. ただし, 厳密な証明は与えられていない. 最近, Suzuki–Takayama [3] は, 定常 Vlasov–Poisson 方程式の可解性を厳密に解析し, 全ての場合に対して定常解が存在するかしないのかを完全に分類した. これにより, 分子運動論的 Bohm 条件は必要条件ではあるが, 十分条件ではないことが解明されている. 本講演では, Vlasov–Poisson 方程式の定常解の安定性及び不安定性を論じる. その際, 初期値の support の位置が安定性と不安定性を起因する重大な要因となる.

### 参考文献

- [1] R. L. F. Boyd and J. B. Thompson, Proc. R. Soc. Lond. A **252** (1959), 102–119.
- [2] K.-U. Riemann, IEEE Trans. Plasma Sci. **23** (1995), 709–716.
- [3] M. Suzuki and M. Takayama, arXiv:2106.15990.
- [4] M. Suzuki, M. Takayama and K. Z. Zhang, arXiv:2208.07326.

## On vortical structures in high Reynolds number turbulence --- Results of direct numerical simulations

Takashi Ishihara (Okayama University)

Direct numerical simulation (DNS) of turbulence is an effective tool for understanding the statistical universality of turbulence at small scales. In fact, due to the remarkable development of supercomputers, the inertial subrange, which is one of the characteristics of high Reynolds number turbulence, can be captured by large-scale DNS, and the understanding of its statistical properties is greatly progressing. <sup>(1-4)</sup> Turbulent fields with large-scale ratios of large and small eddies are obtained in the large-scale DNSs. DNS of realistic turbulence phenomena of interest in the fields of science and engineering is still impossible, but it is becoming possible to observe vortex structures that provide hints for understanding these realistic turbulence phenomena. <sup>(2,5,6)</sup> In this paper, the results regarding multi-scale vortex structures in high Reynolds number turbulence obtained by visualizing and analyzing time-series data of the large-scale DNSs of the incompressible Navier-Stokes equations are reviewed.

- (1) Y Kaneda, T Ishihara, M Yokokawa, K Itakura, A Uno, *Physics of Fluids* 15 (2), (2003) L21-L24
- (2) T Ishihara, T Gotoh, Y Kaneda, *Annual Review of Fluid Mechanics* 41 (1), (2009) 165-180
- (3) T Ishihara, K Morishita, M Yokokawa, A Uno, Y Kaneda, *Physical Review Fluids* 1 (8), (2016) 082403
- (4) T Ishihara, Y Kaneda, K Morishita, M Yokokawa, A Uno, *Physical Review Fluids* 5 (10), (2020) 104608
- (5) T Ishihara, Y Kaneda, *JCR Hunt, Flow, turbulence and combustion* 91 (4), (2013) 895-929
- (6) T Ishihara, A Uno, K Morishita, M Yokokawa, Y Kaneda, *APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts*, (2016) G3.002

## 高レイノルズ数乱流中の渦構造について --- 直接数値シミュレーションの結果

石原 卓 (岡山大学)

乱流の直接数値シミュレーション (DNS) は乱流の小スケールにおける統計的普遍性を理解するためのツールとして有効である。実際, スーパーコンピュータの著しい発達により高レイノルズ数乱流の特徴の一つである慣性小領域が大規模 DNS によって捉えられるようになり, その統計的性質の理解が進んでいる。<sup>(1-4)</sup> それらの大規模 DNS では大小の渦のスケール比が大きい乱流場が得られる。自然や工学の分野で関心のある現実的な乱流現象の DNS は依然として不可能であるが, それらの乱流現象を理解するためのヒントとなる「渦構造」が観察できるようになってきたと思われる。<sup>(2,5,6)</sup> この発表では、非圧縮性ナビエ-ストークス方程式の大規模 DNS の時系列データを可視化および解析することによって得られた、高レイノルズ数乱流におけるマルチスケール渦構造に関する結果をレビューする。

- (1) Y Kaneda, T Ishihara, M Yokokawa, K Itakura, A Uno, *Physics of Fluids* 15 (2), (2003) L21-L24
- (2) T Ishihara, T Gotoh, Y Kaneda, *Annual Review of Fluid Mechanics* 41 (1), (2009) 165-180
- (3) T Ishihara, K Morishita, M Yokokawa, A Uno, Y Kaneda, *Physical Review Fluids* 1 (8), (2016) 082403
- (4) T Ishihara, Y Kaneda, K Morishita, M Yokokawa, A Uno, *Physical Review Fluids* 5 (10), (2020) 104608
- (5) T Ishihara, Y Kaneda, *JCR Hunt, Flow, turbulence and combustion* 91 (4), (2013) 895-929
- (6) T Ishihara, A Uno, K Morishita, M Yokokawa, Y Kaneda, *APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts*, (2016) G3.002