

複素シングレットスカラー拡張模型に おける多重臨界点原理の適用 および電弱相転移との関連

お茶の水女子大学 出川智香子

Based on

“A complex singlet extension of the standard model and multi-critical point principle”,
Phys.Lett.B 839 (2023) 137757

Collaborator: Gi-Chol Cho , Rio Sugihara (Ochanomizu univ.)

“CP-violating effects on gravitational waves from electroweak phase transition in the
CxSM with degenerate scalars”, Phys.Rev.D 106 (2022) 11, 115012,

Collaborator: Gi-Chol Cho (Ochanomizu univ.) , Eibun Senaha (Van Lang Univ.)

NITEP素粒子現象論研究会2023 2023/3/17

背景; 多重臨界点原理

D. L. Bennett and H. B. Nielsen,
Int. J. Mod. Phys. A 9, 5155 (1994)
C. D. Froggatt and H. B. Nielsen,
Phys. Lett. B 368, 96 (1996)

多重臨界点原理(Multi-critical point principle; MPP):

複数の真空が同じエネルギー密度を持つように、モデルのパラメーターを選択するための指針

FroggattとNielsenによるMPPのSM Higgsの有効ポテンシャルへの適用はHiggsボゾンの発見前にその質量を正確に予測

K. Kannike, N. Koivunen, and M. Raidal,
Nucl. Phys. B 968, 115441 (2021)

- SMの場合

電弱スケールとPlanckスケール付近での2つの縮退した真空を取り上げる

- 拡張スカラー場を持つ新モデル(e.g. CxSM)の場合

低エネルギースケールに複数の真空が存在

モデルパラメーターを決定する指針としてこれらの真空が縮退する場合を取り上げる

→ **Tree-level MPP**

背景; 電弱一次相転移

バリオン非対称性: 現在の宇宙を構成するのは粒子からなる物質

反粒子からなる反物質が物質と比べて極端に少ない

バリオン非対称性を説明するシナリオの一つに電弱バリオジェネシスがある

- ・電弱相転移期にバリオン数生成
- ・ヒッグス物理と関連

サハロフの3条件

@標準模型(SM)

1. バリオン数の破れ
→ スファレロン過程
2. C対称性、CP対称性の破れ
→ カイラルゲージ相互作用、CKM位相
3. 熱平衡からの離脱
→ 強い電弱一次相転移

・ CKM位相によるCP対称性の破れ

SMを拡張する必要がある

・ 強い電弱一次相転移の発生

より小さい

目次

導入; 多重臨界点原理電弱

導入; 電弱バリオジェネシス

CP-Conserving(CPC) CxSM Model definition

縮退スカラーシナリオ

Tree-level MPP in the CxSM

電弱相転移とTree-level MPP

ベンチマークポイント

CP-Violating(CPV) CxSM Model definition

重力波

まとめ

今後の展望

CPC CxSM

Barger et al, arXiv:0811.0393

CxSM (Complex singlet extension of the SM)

…SM+ゲージシングレットな複素スカラー場

標準模型ヒッグス場 H と 複素スカラー場 S のスカラーポテンシャル

$$V_0 = \frac{m^2}{2} |H|^2 + \frac{\lambda}{4} |H|^4 + \frac{\delta_2}{2} |H|^2 |S|^2 + \frac{b_2}{2} |S|^2 + \frac{d_2}{4} |S|^4 + \left(a_1 S + \frac{b_1}{4} S^2 + \text{c.c.} \right)$$

Global U(1) 対称

Soft breaking term

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix}, \quad S = (v_S + s + i\chi)/\sqrt{2}$$

↑ DM (DMの安定性 ↔ CP sym.)

質量固有状態

$$\begin{pmatrix} h \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}$$

質量固有値

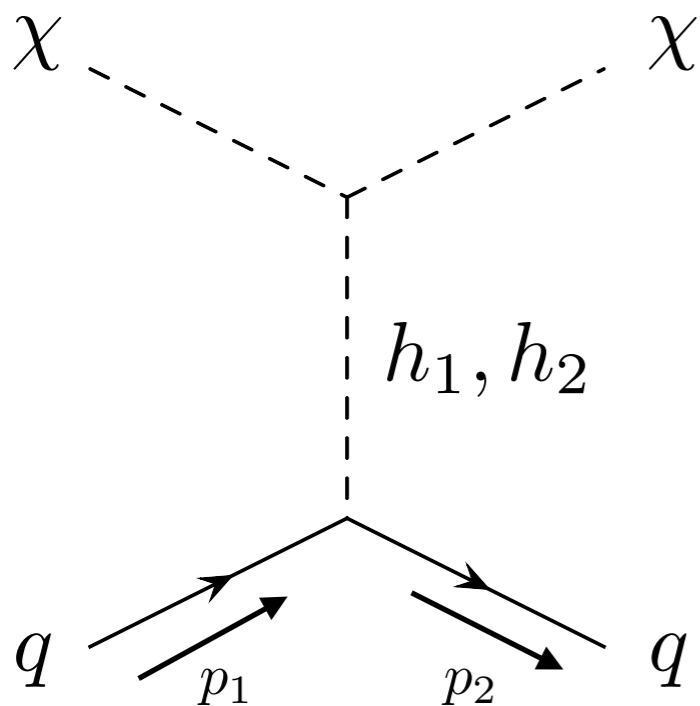
$$\boxed{h_1, h_2} \quad m_{h_1, h_2}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2} \right)^2 - \Lambda^2} \right) \quad \Lambda^2 \equiv \frac{d_2}{2} v_S^2 - \sqrt{2} \frac{a_1}{2v_S}$$

h_1 : 125 GeVのヒッグス粒子

縮退スカラーシナリオ

S. Abe, G.-C. Cho, and K. Mawatari,
Phys. Rev. D 104, 035023 (2021)

- DM search



$$i\mathcal{M}_{h_1} = -i \frac{m_f}{vv_S} \frac{m_{h_1}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S}}{t - m_{h_1}^2} \sin \alpha \cos \alpha \bar{u}(p_3)u(p_1),$$

2つのHiggs massが縮退していれば
直接探索実験からの制限を回避できる

$$\frac{\sqrt{2}a_1}{v_S} \left(\frac{1}{m_{h_1}^2} - \frac{1}{m_{h_2}^2} \right)$$

$$= 0 \quad (m_{h_1} \simeq m_{h_2})$$

- Higgs search

Decay rate from h_1, h_2 to SM particle X

$$\Gamma_{h_1 \rightarrow XX} = \cos^2 \alpha \Gamma_{h \rightarrow XX}^{SM}$$

$$\Gamma_{h_2 \rightarrow XX} = \sin^2 \alpha \Gamma_{h \rightarrow XX}^{SM}$$

SM Higgsのsignal strengthとして
観測される

$$\mu = \Gamma_{h \rightarrow XX}^{SM}(m_h),$$

Tree-level MPP in the CxSM

2つの真空: Electroweak vacuum (v, v_S)
Singlet vacuum $(0, v'_S)$

Tree-level potential

$$V_0 = \frac{m^2}{2}|H|^2 + \frac{\lambda}{4}|H|^4 + \frac{\delta_2}{2}|H|^2|S|^2 + \frac{b_2}{2}|S|^2 + \frac{d_2}{4}|S|^4 + \left(a_1 S + \frac{b_1}{4} S^2 + \text{c.c.} \right)$$

2つの真空のエネルギー密度差

$$\begin{aligned} \Delta V_0 &\equiv V_0(v, v_S) - V_0(0, v'_S) \\ &= \frac{m^2}{8} v^2 + \frac{3\sqrt{2}a_1}{4} (v_S - v'_S) + \frac{b_1 + b_2}{8} (v_S^2 - v'^2_S). \end{aligned}$$

$a_1 \neq 0$ のとき、

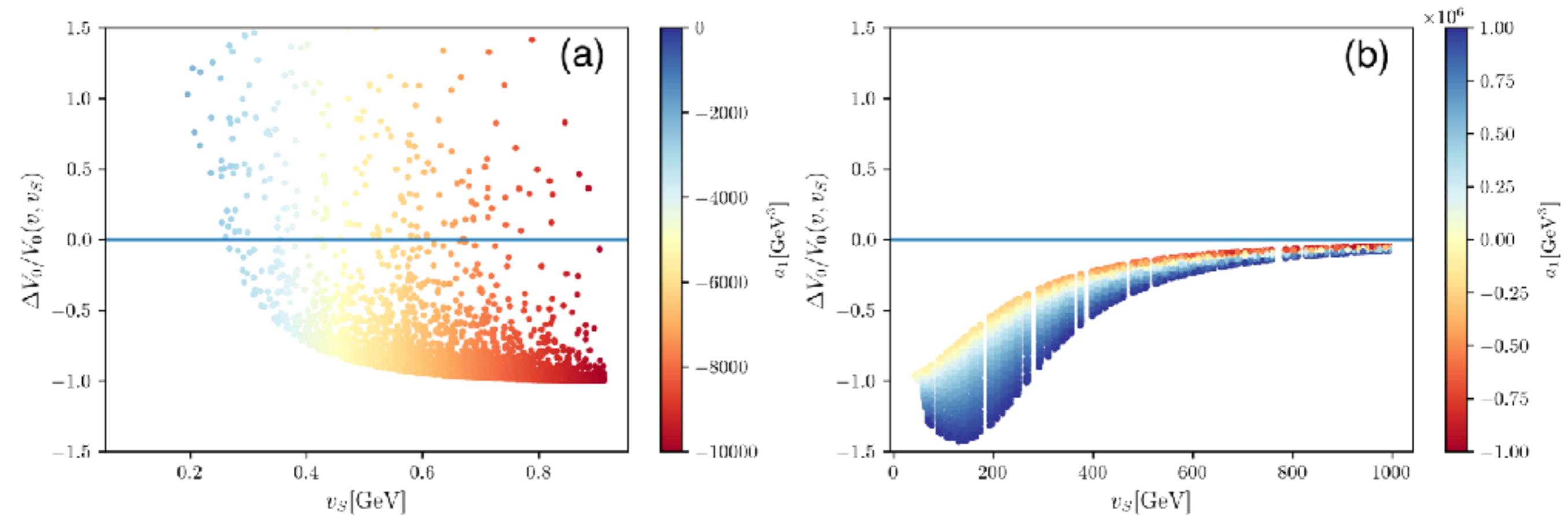
$$\begin{aligned} \Delta V_0 &= \frac{m^2}{8} v^2 + \frac{b_1 + b_2}{8} (v_S^2 - v'^2_S) \\ &\propto \frac{1}{\lambda d_2 - \delta_2^2} \frac{1}{d_2} \times [\delta_2 (b_2 + b_1) - d_2 b_2]^2 < 0 \\ &> 0 \quad \text{due to 真空の安定性} \end{aligned}$$

K. Kannike, N. Koivunen, and M. Raidal,
Nucl. Phys. B 968, 115441 (2021)

2つの真空のエネルギー密度が
縮退する点は存在しない

Tree-level MPP in the CxSM

スカラー縮退領域 $m_{h_2} = 124 \text{ GeV}, \alpha = \frac{\pi}{4}, m_\chi = 62.5 \text{ GeV}$

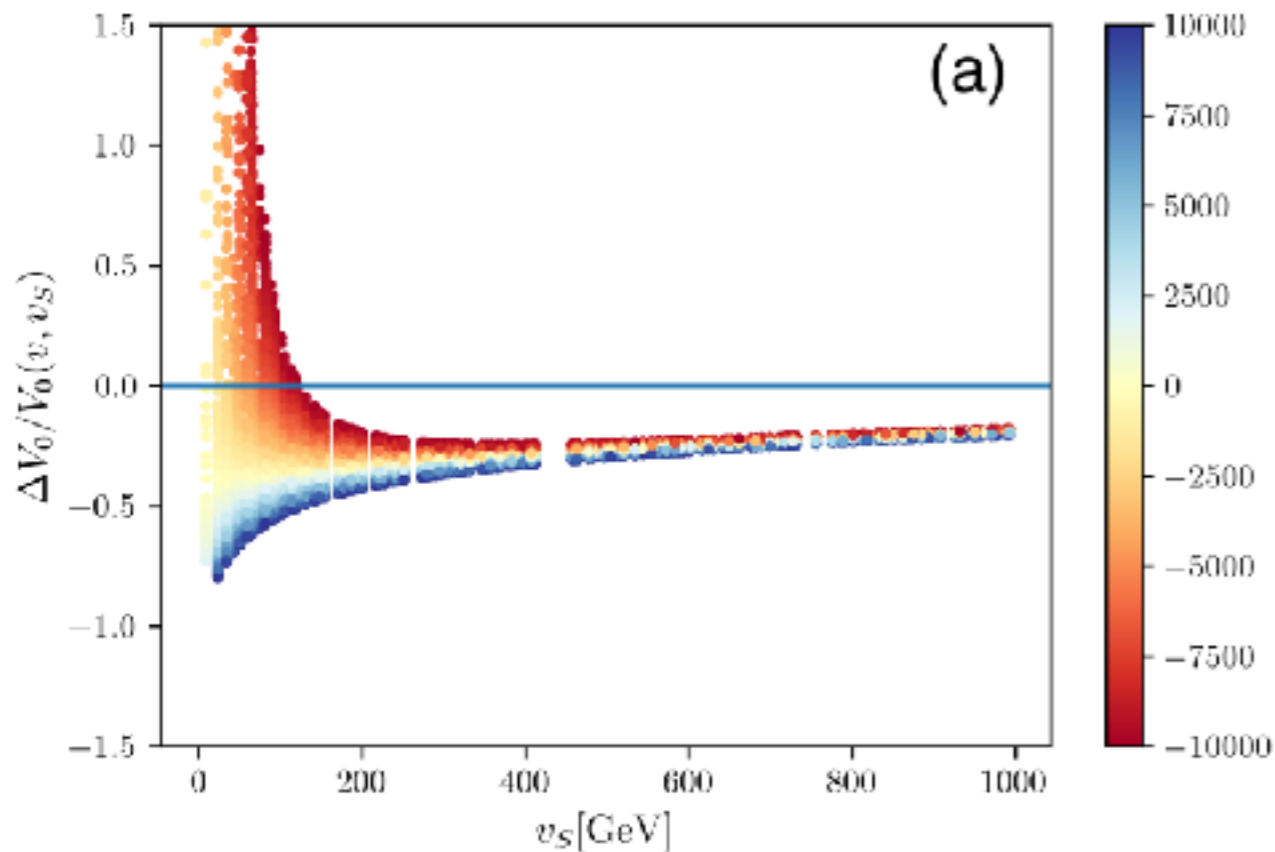


v_S が小さいときは $\Delta V_0 = 0$ を満たす点が存在する

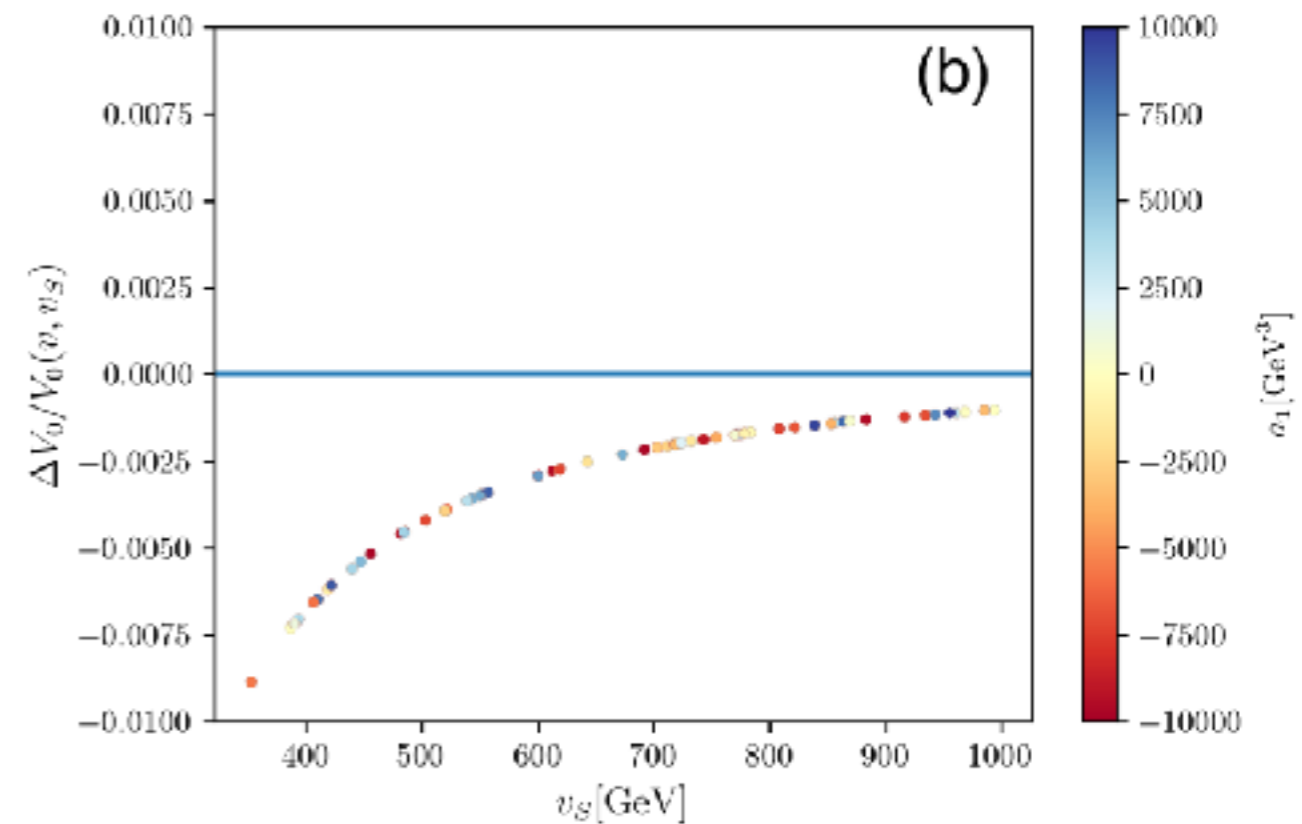
Tree-level MPP in the CxSM

スカラー非縮退領域 $\alpha = 0.1, m_\chi = 62.5$ GeV

$m_{h_2} = 10$ GeV



$m_{h_2} = 1000$ GeV



v_S が小さいときは $\Delta V_0 = 0$ を満たす点が存在する

Tree-level MPP in the CxSM

$$\Delta V_0 \equiv V_0(v, v_S) - V_0(0, v'_S)$$

$$= \frac{m^2}{8} v^2 + \frac{3\sqrt{2}a_1}{4} (v_S - v'_S) + \frac{b_1 + b_2}{8} (v_S^2 - v'^2_S) .$$

$$\underline{\hspace{1cm}} < 0$$

Tree-level potential

$$V_0 = \frac{m^2}{2} |H|^2 + \frac{\lambda}{4} |H|^4 + \frac{\delta_2}{2} |H|^2 |S|^2 + \frac{b_2}{2} |S|^2 + \frac{d_2}{4} |S|^4 + \left(a_1 S + \frac{b_1}{4} S^2 + \text{c.c.} \right)$$

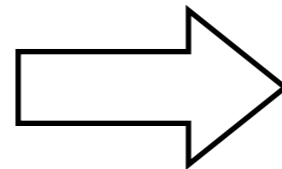
$\Delta V_0 = 0$ となるためには m^2 を補填するために $v_S \neq v'_S$ である必要がある

.....

v_S, v'_S を決定するminimization condition $\left(\frac{\partial V_0}{\partial S} = 0 \right)$

$$\frac{b_2}{2} + \frac{\delta_2}{4} v^2 + \frac{d_2}{4} v_S^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S} + \frac{b_1}{2} = 0$$

$$\frac{b_2}{2} + \frac{d_2}{4} v'^2_S + \frac{\sqrt{2}a_1}{v'_S} + \frac{b_1}{2} = 0$$

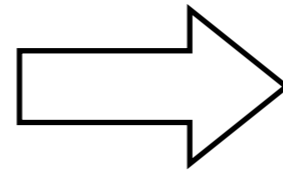


大きな δ_2 が必要

Tree-level MPP in the CxSM

スカラー縮退領域

$$\delta_2 = \frac{1}{vv_S} \frac{(m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha}$$

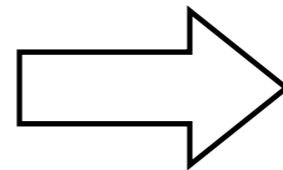


小さな v_S と大きな α が必要

縮退スカラーシナリオでは小さい

スカラー非縮退領域

$$\delta_2 = \frac{1}{vv_S} (m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\alpha}$$



小さな v_S が必要

$$h_1 = h_{\text{SM}} \cos \alpha$$

$$\rightarrow \alpha \simeq 0$$

due to the Higgs search
at the LHC

電弱相転移とTree-level MPP

電弱バリオジェネシス実現のために必要な強い電弱一時相転移の条件

$$\frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1$$

T_C : 有効ポテンシャルが2つの縮退した最小値を持つ臨界温度

v_C : T_C でのHiggs VEV

• T_C での有効ポテンシャル

$$V_{\text{eff}}(v_C, v_{SC}; T_C) = V_{\text{eff}}(0, v'_{SC}; T_C) \rightarrow \text{Subleading} \quad \text{Subleading}$$
$$\boxed{V_0(v_C, v_{SC})} + \underline{V_1(v_C, v_{SC}; T_C)} = \boxed{V_0(0, v'_{SC})} + \underline{V_1(0, v'_{SC}; T_C)}$$

$$\text{with } v_C = \lim_{T \rightarrow T_C} v(T), \quad v_{SC} = \lim_{T \rightarrow T_C} v_S(T), \quad v'_{SC} = \lim_{T \rightarrow T_C} v'_S(T).$$

• Tree-level MPP

$$V_0(v, v_S) = V_0(0, v'_S),$$

$$\text{with } v = \lim_{T \rightarrow 0} v(T), \quad v_S = \lim_{T \rightarrow 0} v_S(T), \quad v'_S = \lim_{T \rightarrow 0} v'_S(T)$$

CxSMではtree-levelの効果在一次相転移に最も寄与する(次ページで説明)

一方でTree-level MPPを要請した場合、tree-levelでの $T_C \rightarrow 0$?

一次相転移が定義できない?

Question

tree-levelからの寄与は期待できないが、one-loopの寄与で強い一次相転移が実現できるのか?

電弱相転移とTree-level MPP

G.-C. Cho, C.Idegawa and E.Senaha,
Phys.Lett.B 823 (2021) 136787

HT potential $V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S; T) = V_0(\varphi, \varphi_S) + \frac{1}{2}(\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^2) T^2$

Σ_H, Σ_S : higgsとcomplex scalarのtwo-point self energy

* tree levelとthermal massのみ(one-loopの寄与を含まない)

2つのスカラー場を極座標表示する

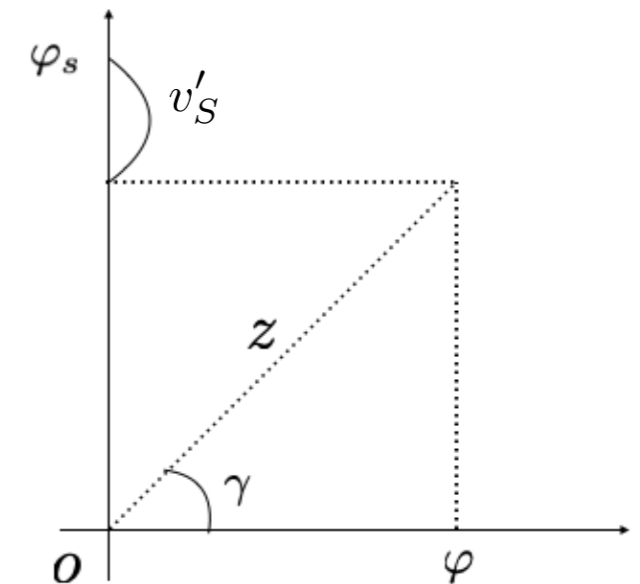
$$\varphi = z \cos \gamma, \varphi_S = z \sin \gamma + v'_S$$

HT potential

$$V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S; T) = V_0(\varphi, \varphi_S) + \frac{1}{2}(\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^2) T^2$$

$$\rightarrow V^{\text{HT}}(z, \gamma; T) = c_0 + c_1 z + (c_2 + c'_2 T^2) z^2 - c_3 z^3 + c_4 z^4$$

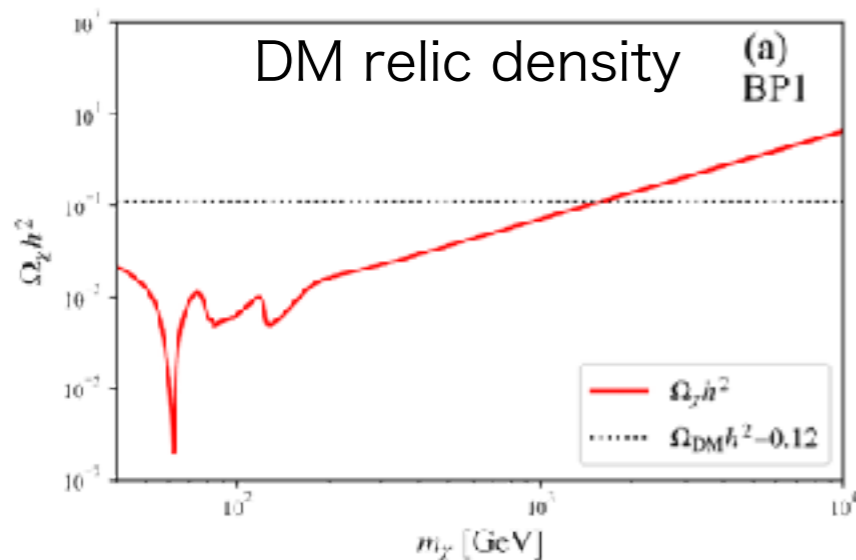
強い一次相転移に
最も大きな寄与を与える



ベンチマークポイント

Tree-level MPPを満たしているベンチマークポイント

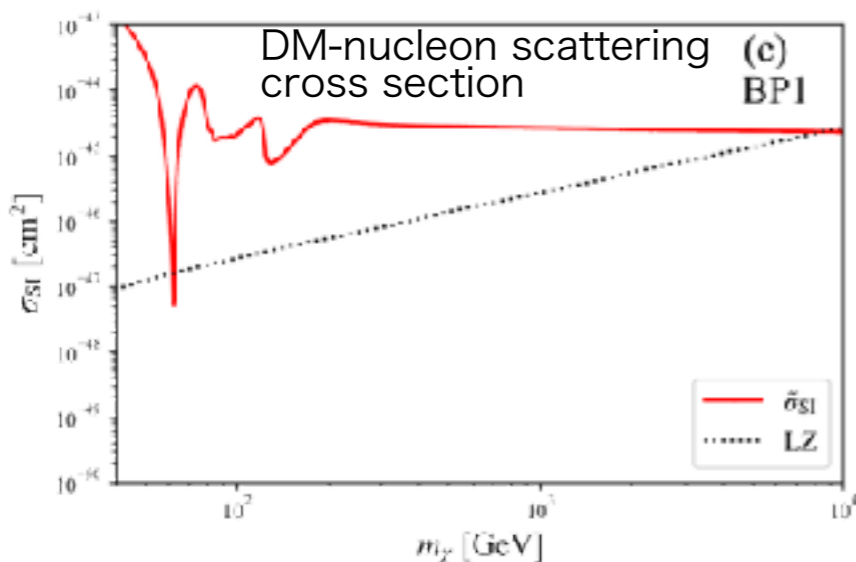
Inputs	v [GeV]	v_S [GeV]	m_{h_1} [GeV]	m_{h_2} [GeV]	α [rad]	m_χ [GeV]	a_1 [GeV ³]
BP1	246.22	0.6	125.0	124.0	$\pi/4$	62.5	-6576.2385
Outputs	m^2	b_2 [GeV ²]	b_1 [GeV ²]	λ	δ_2	d_2	a_1 [GeV ³]
BP1	$-(124.5)^2$	$-(178.0)^2$	$(107.7)^2$	0.511	1.69	0.87	-6576.2385



T_C and VEVs

	v_C/T_C	v_{SC} [GeV]	v'_{SC} [GeV]
BP1	$\frac{244.0}{48.3} = 5.1$	0.62	214.6

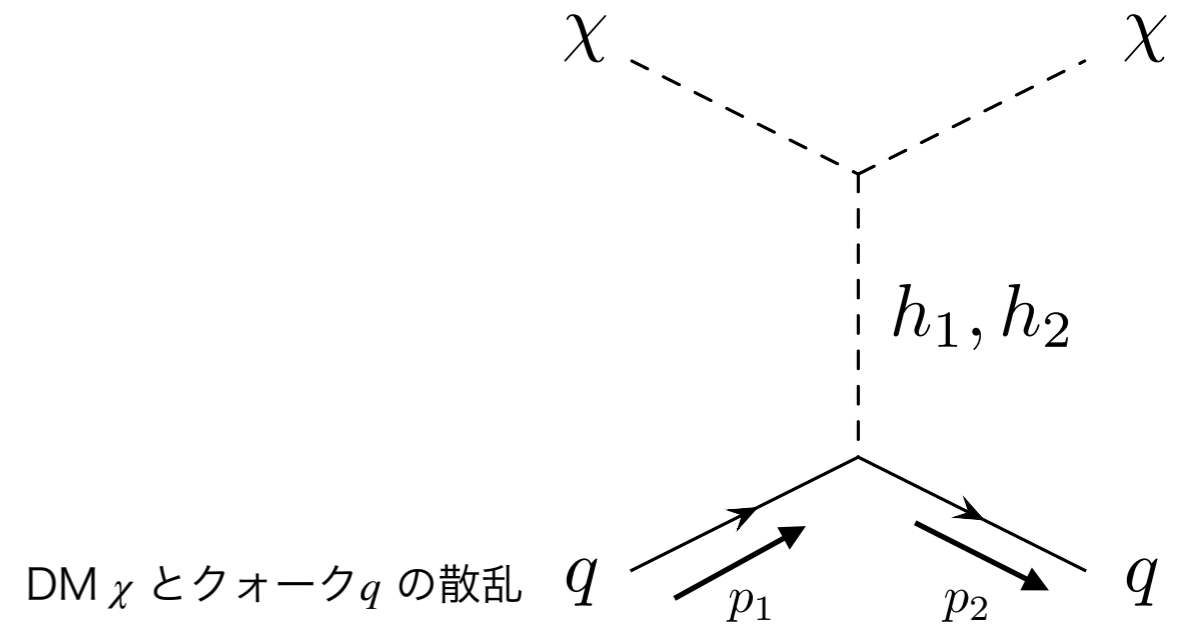
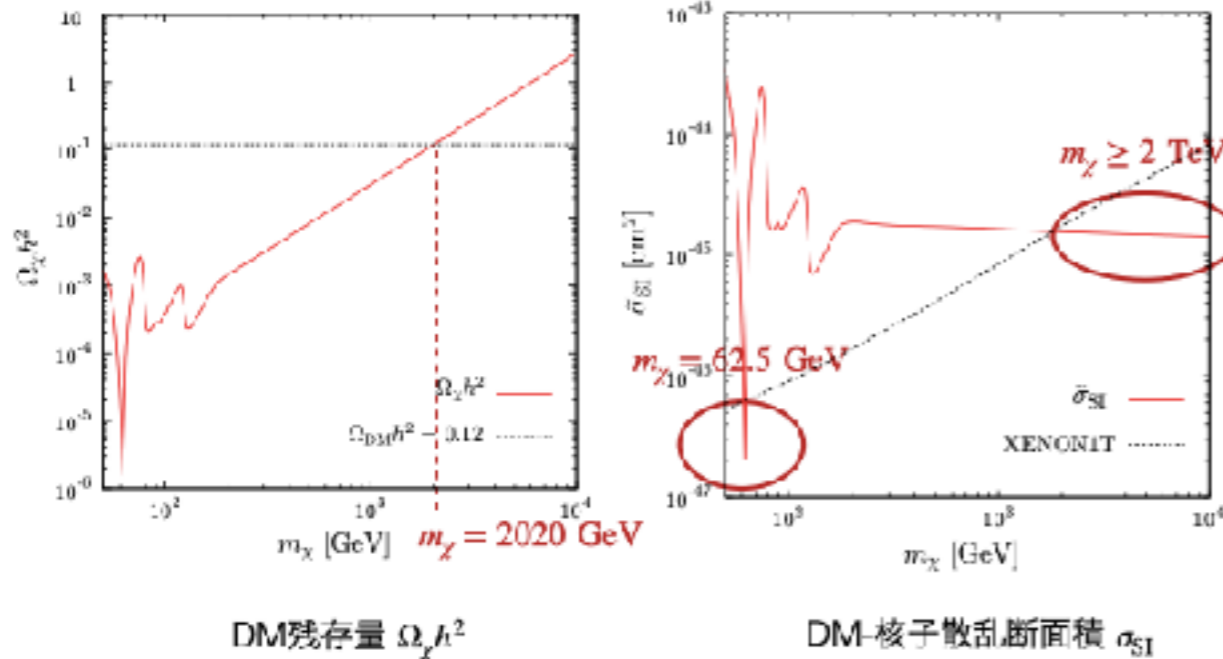
$\frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1$ を満たす



subleadingなone-loopの寄与により
強い電弱一次相転移が起こる

縮退スカラーシナリオと電弱相転移

CPC CxSM



DM χ とクォーク q の散乱

$$\sigma_{SI} \propto \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{m_{h_1}^2} - \frac{1}{m_{h_2}^2} \right)^2 \frac{a_1^2}{v_S^4} = \frac{\delta_2^2 v^2}{4m_{h_1}^4 m_{h_2}^4} \frac{a_1^2}{v_S^2}$$

$$\delta_2 = \frac{2}{vv_S} (m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) \sin \alpha \cos \alpha$$

強い一次相転移

$\delta_2 \rightarrow$ 大

$v_S \rightarrow$ 小

(1 GeV以下)

縮退スカラーシナリオにおける抑制メカニズム：

適度な大きさを持つ v_S に対して、 $m_{h_1} \simeq m_{h_2}$ による δ_2 の抑制

SFOEWPTの条件は抑制メカニズムと相反する

CPV CxSM

ここまでのCxSMのスカラーポテンシャルはCP対称性が成り立っている
 バリオジェネシス実現のためにはCP対称性の破れが必要

$$V_0(H, S) = \underbrace{\frac{m^2}{2} H^\dagger H + \frac{\lambda}{4} (H^\dagger H)^2 + \frac{\delta_2}{2} H^\dagger H |S|^2 + \frac{b_2}{2} |S|^2 + \frac{d_2}{4} |S|^4}_{\text{Global U(1) 対称}} + \underbrace{\left(a_1 S + \frac{b_1}{4} S^2 + \text{H.c.} \right)}_{\text{Soft breaking term}}$$

$$m^2, \lambda, \delta_2, b_2, d_2 : \text{real} \quad a_1, b_1 : \text{complex} \quad a_1 = a_1^r + i a_1^i$$

$$b_1 = b_1^r + i b_1^i$$

$$H(x) = \begin{pmatrix} G^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (v + h(x) + iG^0(x)) \end{pmatrix}$$

$$S(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_S^r + i v_S^i) + s(x) + i\chi(x)$$

explicitにCPを破る項: a_1^i, b_1^i

spontaneousにCPを破る項: v_S^i

CPV CxSM

質量項

$$-\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h & s & \chi \end{pmatrix} \mathcal{M}_S^2 \begin{pmatrix} h \\ s \\ \chi \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{pmatrix} O^T \mathcal{M}_S^2 O \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_{h_i}^2 h_i^2$$

h, s, χ が全て混じって、3つのヒッグス粒子 h_1, h_2, h_3 となる

h_1 を質量125 GeVのSMヒッグス粒子とする

$$O^T \mathcal{M}_S^2 O = \begin{pmatrix} m_{h_1}^2 & & \\ & m_{h_2}^2 & \\ & & m_{h_3}^2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} h \\ s \\ \chi \end{pmatrix} = O \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2} v^2 & \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{\delta_2}{2} v v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{d_2}{2} v_S^{r2} - \frac{\sqrt{2} a_1^r}{v_S^r} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^i}{v_S^r} & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^i & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i & \frac{d_2}{2} v_S^{i2} + \frac{\sqrt{2} a_1^i}{v_S^i} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^r}{v_S^i} \end{pmatrix} O(\alpha_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$s_i \equiv \sin \alpha_i, c_i \equiv \cos \alpha_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

ベンチマークポイント

CPV CxSM and CPC CxSM

arXiv: 2205.12046

CPV

Inputs	v [GeV]	v_S^r [GeV]	許される範囲	m_{h_1} [GeV]	縮退	m_{h_3} [GeV]	α_1 [rad]	α_2 [rad]
BP1	246.22	0.6	0.3	125.0	124.0	124.5	$\pi/4$	0.0
BP2	246.22	0.6	0.4	125.0	124.0	124.5	$\pi/4$	0.0
BP3	246.22	0.6	0.5	125.0	124.0	124.5	$\pi/4$	0.0
Outputs	m^2	b_2 [GeV ²]	b_1^r [GeV ²]	λ	δ_2	d_2	a_1^r [GeV ³]	a_1^i [GeV ³]
BP1	$-(124.5)^2$	$-(121.2)^2$	-7.717×10^{-12}	0.511	1.51	1.111	$-(18.735)^3$	$(14.870)^3$
BP2	$-(124.5)^2$	$-(107.3)^2$	5.145×10^{-12}	0.511	1.40	0.962	$-(18.735)^3$	$(16.367)^3$
BP3	$-(124.5)^2$	$-(90.82)^2$	0.0000	0.511	1.29	0.820	$-(18.735)^3$	$(17.630)^3$

CP-conserving
(CPC) CxSM

Cho, Idegawa, Senaha
arXiv:2105.11830

Inputs	v [GeV]	m_{h_1} [GeV]	縮退	m_{h_2} [GeV]	α [rad]	a_1 [GeV ³]	v_S [GeV]	m_χ [GeV]
BP4	246.22	125		124	$\pi/4$	-6576.17	0.6	62.5
BP5	246.22	125		124	$\pi/4$	-6576.17	0.6	2000
Outputs	m^2 [GeV ²]	b_1 [GeV ²]	b_2 [GeV ²]	λ	a_1 [GeV ³]	d_2	δ_2	
BP4	$-(124.5)^2$	$(107.7)^2$	$(178.0)^2$	0.511	-6576.17	1.77	1.69	
BP5	$-(124.5)^2$	$-(1996)^2$	$(1991)^2$	0.511	-6576.17	1.77	1.69	

電弱相転移

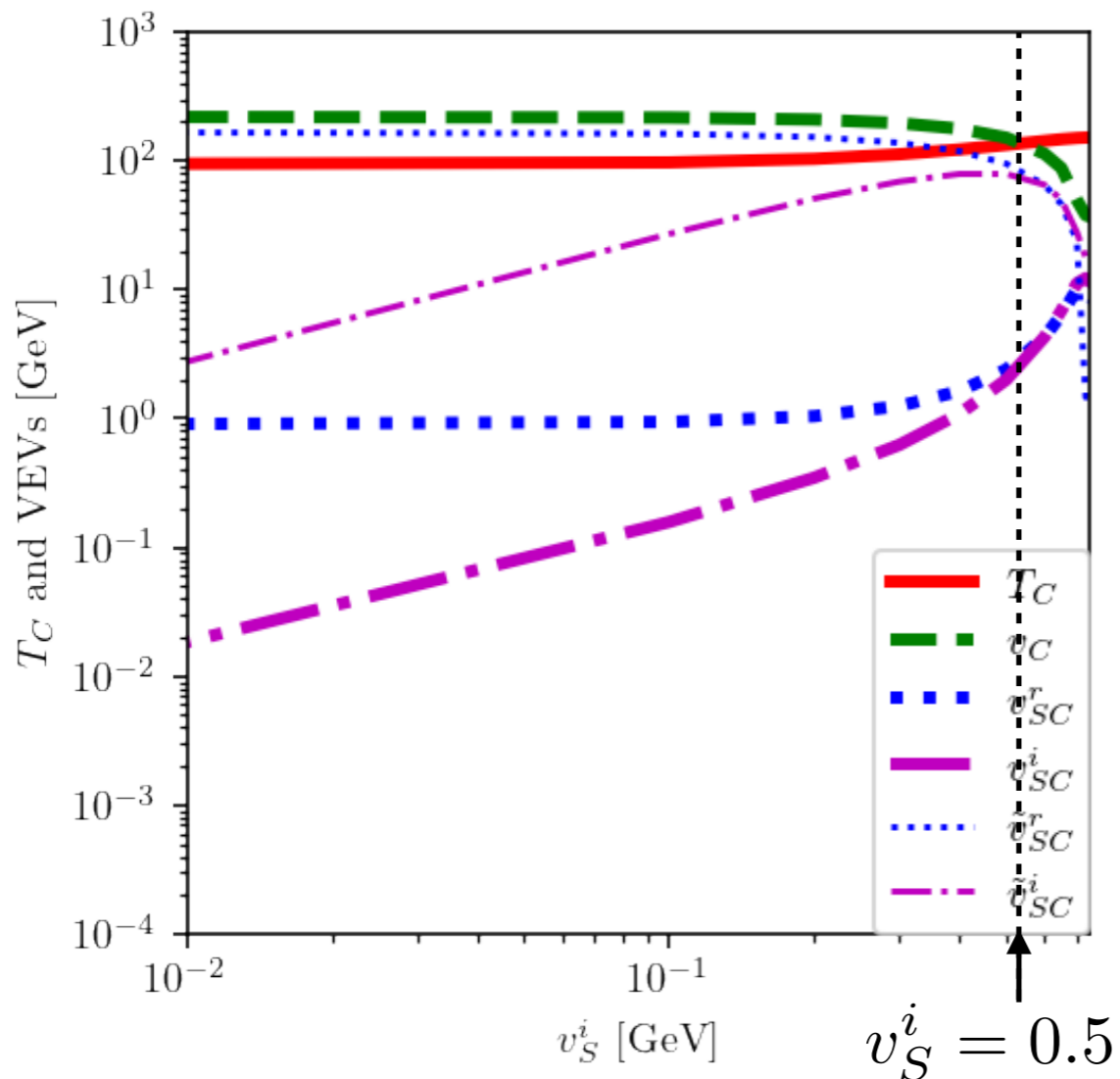
arXiv:2105.11830, 2205.12046

CPV CxSM and CPC CxSM

$(0, \tilde{v}_S^r, \tilde{v}_S^i)$ @symmetric phase



(v, v_S^r, v_S^i) @broken phase



	CPV			CPC	
	$v_S^i = 0.3$ GeV	$v_S^i = 0.4$ GeV	$v_S^i = 0.5$ GeV	$m_\chi = 62.5$ GeV	$m_\chi = 2$ TeV
v_C/T_C	$\frac{196.1}{112.3} = 1.7$	$\frac{177.2}{122.5} = 1.4$	$\frac{159.9}{132.8} = 1.2$	$\frac{200.1}{106.1} = 1.9$	$\frac{205.3}{108.7} = 1.9$
v_{SC}^r [GeV]	1.249	1.634	2.403	1.250	1.171
v_{SC}^i [GeV]	0.624	1.089	2.003	—	—
\tilde{v}_{SC}^r [GeV]	137.9	118.5	94.82	144.2	146.2
\tilde{v}_{SC}^i [GeV]	68.97	79.01	79.01	—	—

$v_S^i \gtrsim 0.5$

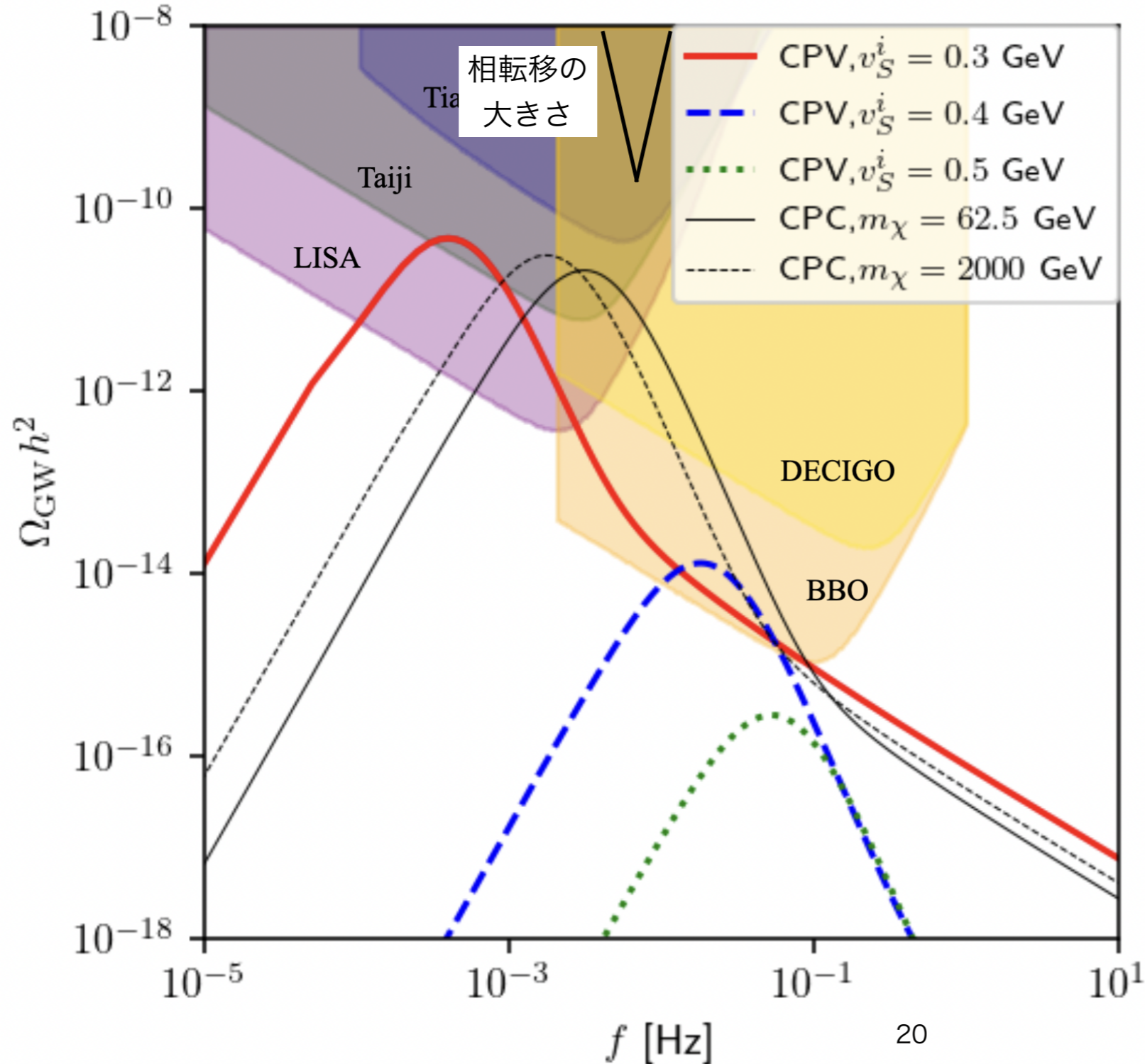
$$0.3 \lesssim v_S^i \lesssim 0.5$$

	$v_S^i = 0.3$ GeV	$v_S^i = 0.4$ GeV	$v_S^i = 0.5$ GeV	$m_\chi = 62.5$ GeV	$m_\chi = 2$ TeV
v_N/T_N	$\frac{239.0}{66.85} = 3.6$	$\frac{211.7}{102.0} = 2.1$	$\frac{177.2}{123.1} = 1.4$	$\frac{241.8}{57.20} = 4.2$	$\frac{242.4}{57.99} = 4.2$
v_{SN}^r [GeV]	0.657	0.921	1.446	0.636	0.634
v_{SN}^i [GeV]	0.328	0.614	1.205	—	—
\tilde{v}_{SN}^r [GeV]	143.7	122.3	97.26	150.1	150.2
\tilde{v}_{SN}^i [GeV]	71.83	81.55	81.05	—	—
Δ	40.5%	16.7%	7.3%	46.0%	46.7%

$v_S^i \lesssim 0.3$ ではnucleationが起きない

重力波

強い一次相転移の重要な帰結として、bubbleとplasmaのdynamicsから生じる重力波がある



CPC, CPV CxSMともに
縮退スカラーシナリオかつ
強い電弱一次相転移が起きる
ベンチマークポイントを採用

一次相転移がより強いほど
CxSMの予言する
重力波は実験で観測可能

まとめ

- モデルのパラメータを決定する指針として、多重臨界点原理(MPP)を用いた。中でも、スカラー拡張模型において存在しうる複数の低エネルギー真空が縮退することでパラメータを選択するTree-level MPPを用いた。
- CPC CxSMでは追加した複素スカラー場の虚部 χ が暗黒物質として振る舞う。2つのヒッグス粒子 h_1, h_2 の質量が縮退することで、暗黒物質直接探索実験やLHCでのHiggs searchの結果を説明することができる。
- ヒッグス縮退領域でも非縮退領域でもTree-level MPPを実現するためには小さな v_S が要請された。Tree-level MPPを課すことで、tree-level potentialの構造由来の一次相転移は阻害されるが、one-loop levelの寄与により強い一次相転移が実現された。
- 電弱バリオジェネシス実現にはCP対称性の破れが必要である。CPC, CPV CxSMの両者において、強い一次相転移由来の重力波は観測される可能性がある。

今後の展望

- S とフェルミオンが直接coupleする項を追加しバリオン数生成の可能性を探る

$$\mathcal{L} = -y_t \bar{q}_L \tilde{H} \left(1 + \frac{c_1}{\Lambda} S + \frac{c_2}{\Lambda^2} |S|^2 + \frac{c_3}{\Lambda^2} S^2 \right) t_R + \text{H.c}$$

q_L : 左巻き doublet

フェルミオン

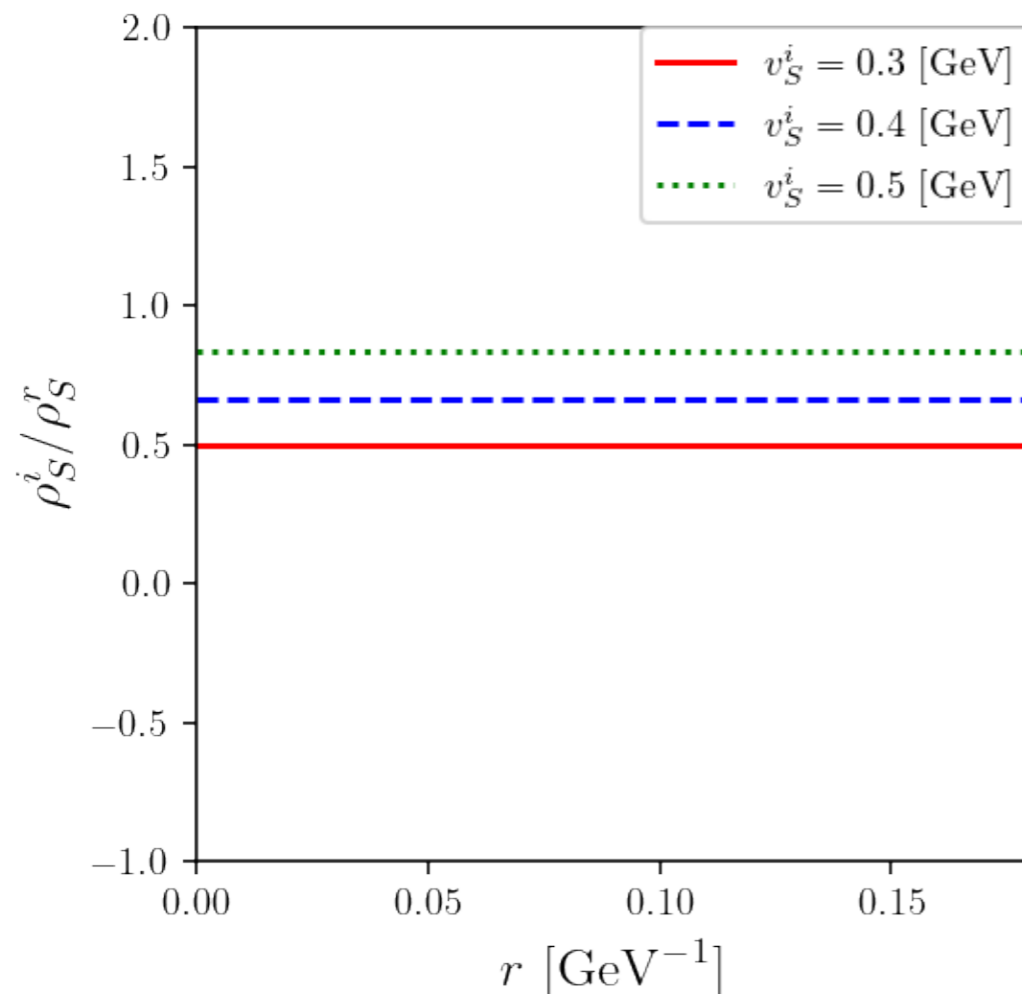
$\tilde{H} = i\tau^2 H^*$ w/ Pauli matrix τ^2

c_i : 任意の複素パラメーター

Λ : the scale of

the integrated fermion

この相互作用がない時(現状のCPV CxSM)のCP-violating phase



$$\langle H(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \rho(r) \end{pmatrix}, \quad \langle S(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho_S^r(r) + i\rho_S^i(r))$$

EWBGに関するCPV $\theta(r) \equiv \tan^{-1} \left(\frac{\rho_S^i(r)}{\rho_S^r(r)} \right)$

e.g., Dimensional-5の相互作用を追加

相転移中のtop mass

$$m_t(r) = \frac{y_t \rho(r)}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{c_1}{\sqrt{2}\Lambda} (\rho_S^r(r) + i\rho_S^i(r)) \right) \equiv |m_t(r)| e^{i\theta_t(r)}$$

$$\theta_t(r) = \tan^{-1} \left(\frac{\rho_S^i(r)}{\sqrt{2}\Lambda/c_1 + \rho_S^r(r)} \right)$$

Back up

CPC CxSM

CPC CxSM

The general scalar potential

$$V = \frac{m^2}{2}|H|^2 + \frac{\lambda}{4}|H|^4 + \frac{\delta_2}{2}|H|^2|S|^2 + \frac{b_2}{2}|S|^2 + \frac{d_2}{4}|S|^4$$

$$+ \left(a_1 S + \frac{\delta_1}{4}|H|^2 S + \frac{\delta_3}{4}|H|^2 S^2 + \frac{b_1}{4}S^2 + \frac{c_1}{6}S^3 + \frac{c_2}{6}S|S|^2 + \frac{d_1}{8}S^4 + \frac{d_3}{8}S^2|S|^2 + \text{c.c.} \right)$$

The minimization condition

Mixing angle α

$$-m^2 = \frac{\lambda}{2}v^2 + \frac{\delta_2}{2}v_S^2,$$

$$-b_2 = \frac{\delta_2}{2}v^2 + \frac{d_2}{2}v_S^2 + b_1 + 2\sqrt{2}\frac{a_1}{v_S}$$

$$\tan 2\alpha = 2\frac{\frac{\delta_2}{2}vv_S}{\frac{\lambda}{2}v^2 - \Lambda^2}, \quad \cos 2\alpha = \frac{\frac{\lambda}{2}v^2 - \Lambda^2}{m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2}$$

Mass eigenvalues $m_{h_1, h_2}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2}v^2 + \Lambda^2 \mp \frac{\frac{\lambda}{2}v^2 - \Lambda^2}{\cos 2\alpha} \right)$ $\Lambda^2 \equiv \frac{d_2}{2}v_S^2 - \sqrt{2}\frac{a_1}{2v_S}$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2}v^2 + \Lambda^2 \mp \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}v^2 - \Lambda^2 \right)^2 + 4 \left(\frac{\delta_2}{2}vv_S \right)^2} \right)$$

CPC CxSM

$$\lambda = \frac{2}{v^2} (m_{h_1}^2 \cos^2 \alpha + m_{h_2}^2 \sin^2 \alpha),$$

$$\delta_2 = \frac{1}{vv_S} (m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) \sin 2\alpha,$$

$$d_2 = 2 \left(\frac{m_{h_1}}{v_S} \right)^2 \sin^2 \alpha + 2 \left(\frac{m_{h_2}}{v_S} \right)^2 \cos^2 \alpha + 2\sqrt{2} \frac{a_1}{v_S^3},$$

$$b_1 = -m_\chi^2 - \frac{\sqrt{2}}{v_S} a_1. \quad \longrightarrow \quad m_\chi = -b_1 - \frac{\sqrt{2}}{v_S} a_1$$

DM massのうちoutput parameterは b_1 のみ

ΔV_0 には $b_1 + b_2$ という形で登場するため

実際は b_1 の寄与を含まない

→ ΔV_0 に m_χ の寄与はほぼなし

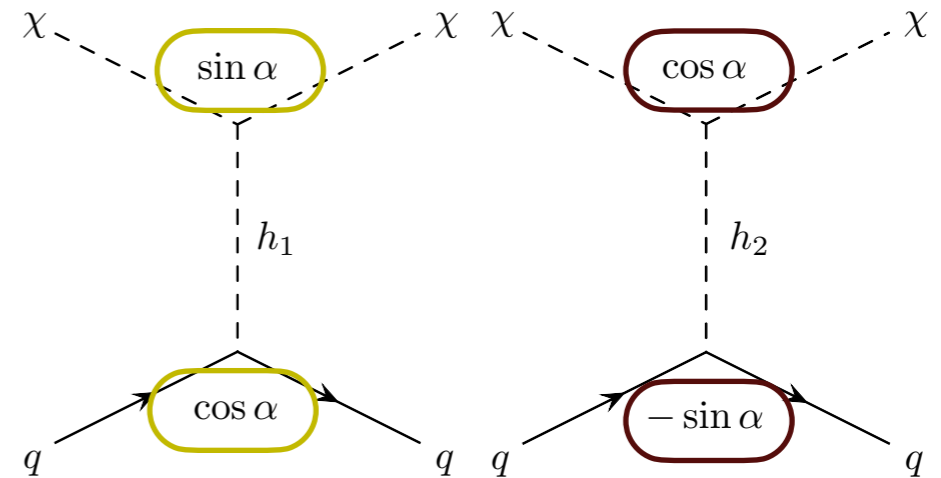
縮退スカラーシナリオ

Abe, Cho, Mawatari arXiv:2101.04887

スカラー3点相互作用

$$\mathcal{L}_S = -\frac{1}{2v_S} \left\{ \left(m_{h_1}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S} \right) \sin \alpha h_1 \chi^2 + \left(m_{h_2}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S} \right) \cos \alpha h_2 \chi^2 \right\}$$

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{m_f}{v} \bar{f} f (h_1 \cos \alpha - h_2 \sin \alpha)$$



$$h_1 = h_{\text{SM}} \cos \alpha - s \sin \alpha, \quad h_2 = -h_{\text{SM}} \sin \alpha + s \cos \alpha$$

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM})(m_{h_1}) \times \cos^2 \alpha$$

$$\Gamma(h_2 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM})(m_{h_2}) \times \sin^2 \alpha$$

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \text{SM}) + \Gamma(h_2 \rightarrow \text{SM}) \simeq \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM}) \text{ for } m_{h_1} \simeq m_{h_2}$$

バリオン数の破れ

スファレロン過程

(B-L)は保存

(B+L)は保存されない

💡 トンネリング確率

$$\Gamma_{\text{instanton}} \simeq e^{-16\pi^2/g_2^2} \simeq 10^{-162}$$

💡 スファレロン遷移確率

(per time per volume)

@broken phase

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(b)} \simeq T^4 e^{-E_{\text{sph}}/T}$$

@symmetric phase

$$\Gamma_{\text{sph}}^{(s)} \simeq \kappa (\alpha_W T)^4$$

$$\alpha_W = g_2^2/(4\pi), \kappa = \mathcal{O}(1)$$

Baryon number violation

→ Sphaleron process

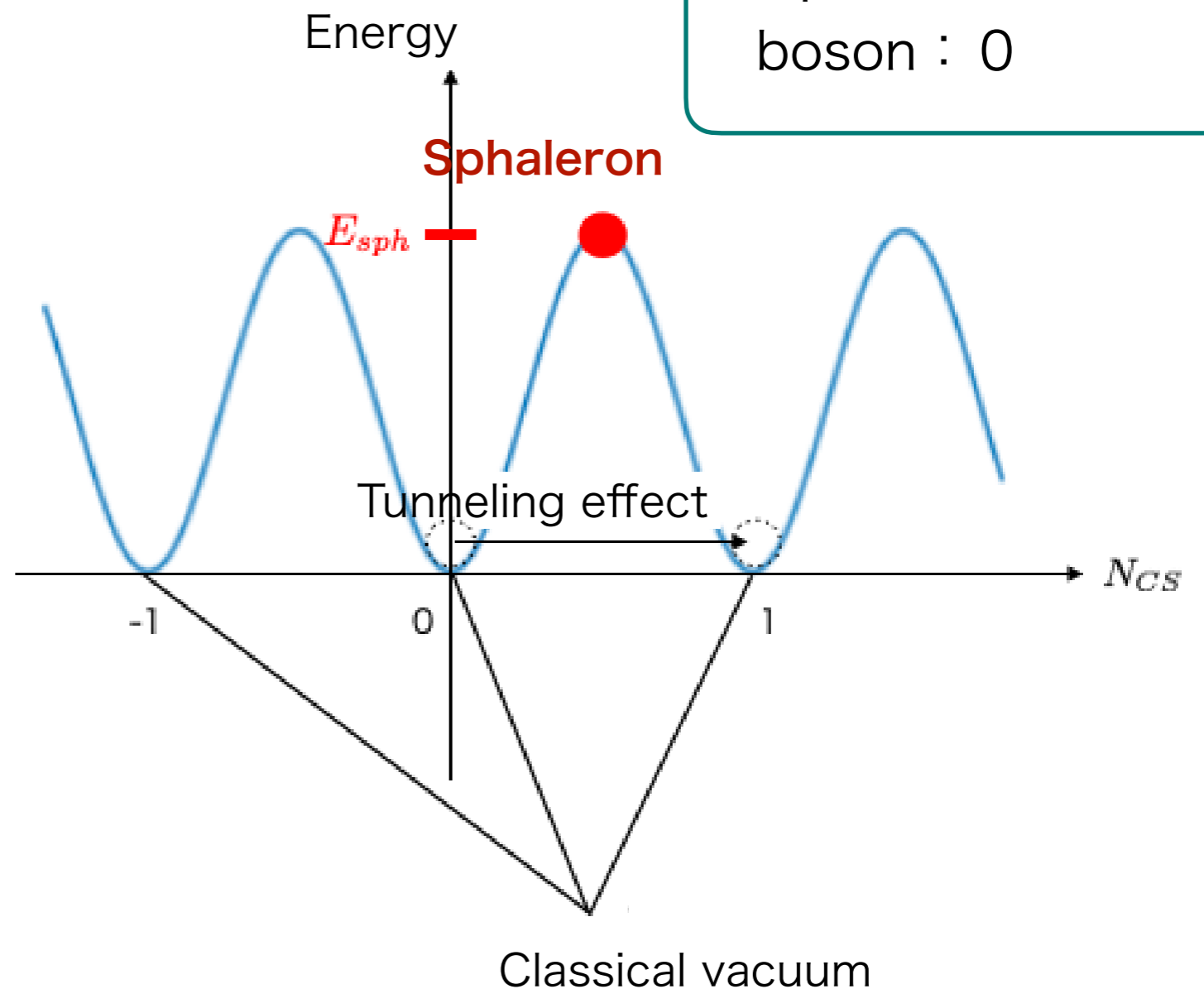
Baryon number

quark : 1/3

antiquark : -1/3

lepton : 0

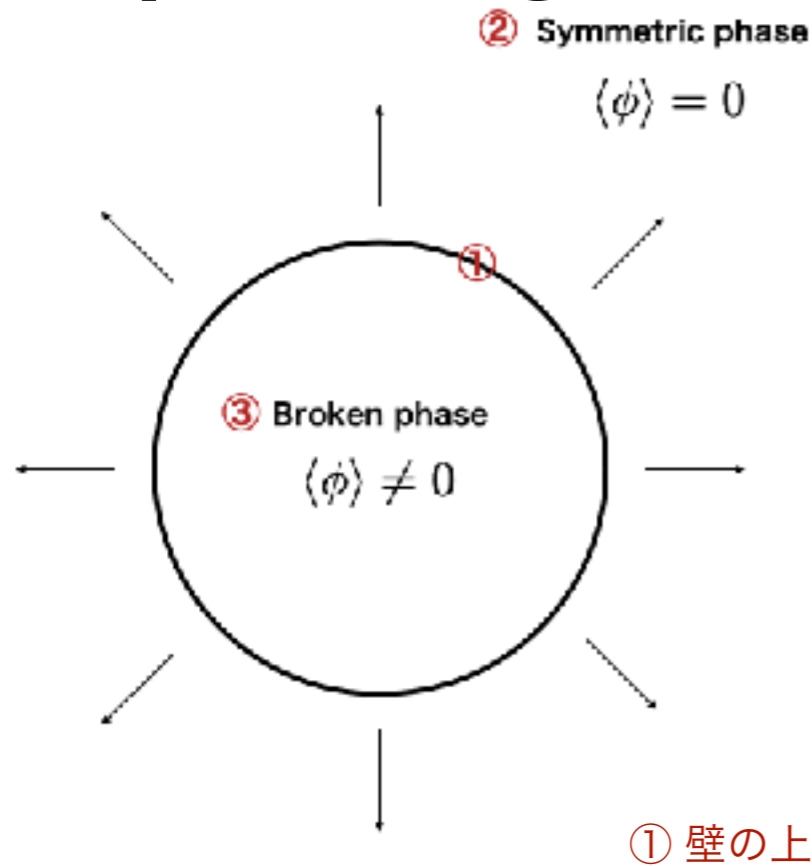
boson : 0



高温でバリオン数を破る
課程が頻繁に起きる

バリオン数の破れ

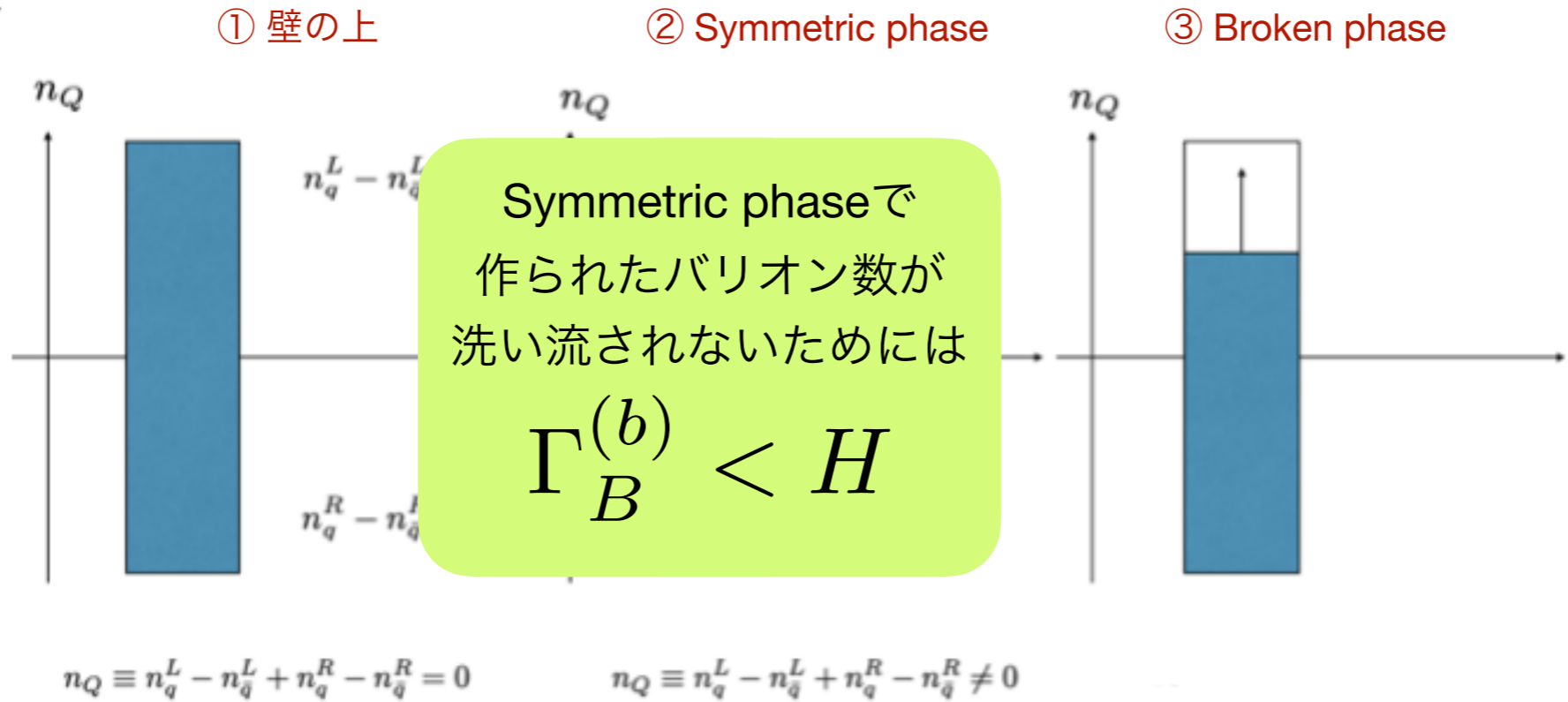
expanding bubble



透過率、反射率

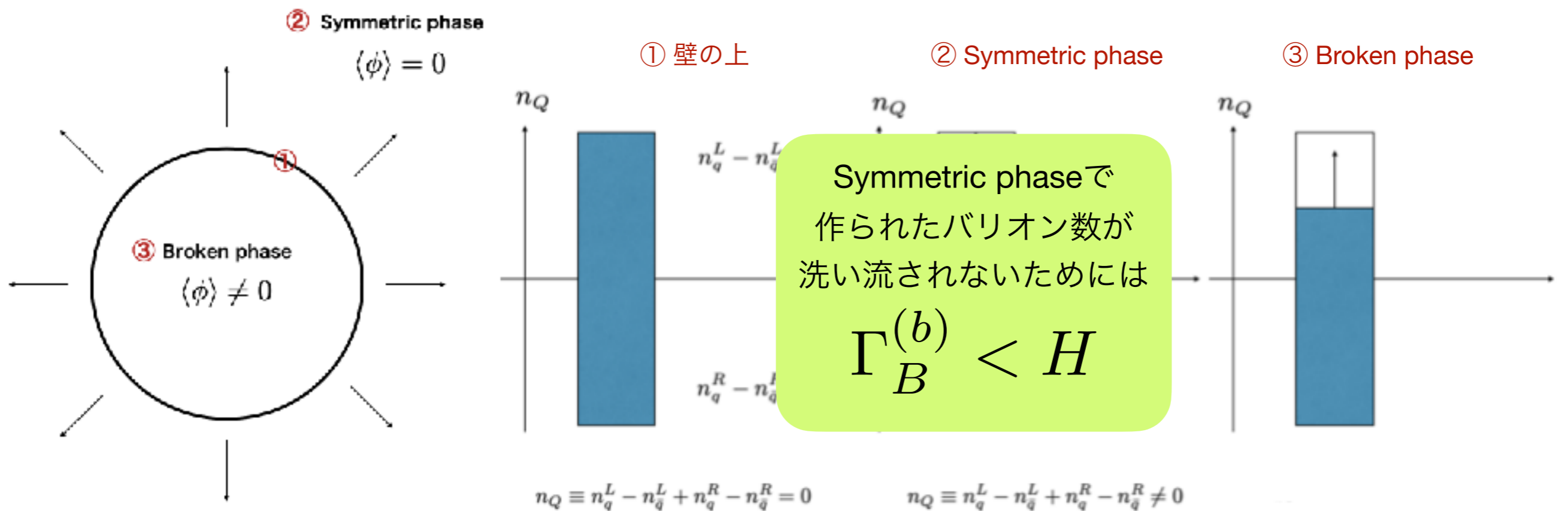
左巻きクォーク $q^L =$ 右巻き反クォーク \bar{q}^R

左巻き反クォーク $\bar{q}^L =$ 右巻きクォーク q^R



バリオン数の破れ

expanding bubble



Broken phaseのバリオン数変化率 $\Gamma_B^{(b)}(T)$

$$\Gamma_B^{(b)}(T) \simeq (\text{pre}) \frac{\Gamma_{\text{sph}}^{(b)}}{T^3} \simeq (\text{pre}) e^{-E_{\text{sph}}/T}$$

が小さくなれば良い

$$E_{\text{sph}} \propto v(T)$$

ヒッグスのvevが
大きければ良い

$$\frac{v_c}{T_c} \gtrsim 1$$

電弱相転移が強い
一次であれば良い

バリオン数の破れ

expanding bubble

$$\Gamma_B^{(b)}(T) < H \rightarrow \Gamma_B^{(b)}(T) \simeq (\text{pre}) e^{-E_{\text{sph}}/T} < H(T) \simeq 1.66 \sqrt{g_*} T^2 / m_{\text{P}}$$

g_* massless dof

m_{P}Plank mass

$$E_{\text{sph}} = 4\pi v \mathcal{E} / g_2 \rightarrow$$

g_2 SU(2) gauge coupling constant

$$\frac{v}{T} \gtrsim \frac{g_2}{4\pi \mathcal{E}} (42.97 + \log \text{ corrections})$$

In the case of the SM

$$m_h = 125 \text{ GeV}, \mathcal{E} = 1.92 (T = 0)$$



$$\frac{v}{T} \gtrsim 1.16$$

標準模型の電弱相転移

Effective potential of the SM

$$\Gamma[\phi_c] = - \int d^4x V_{\text{eff}}(\phi_c)$$

- tree level potential
- zero-temperature one loop potential
(the Coleman Weinberg Potential)
- finite-temperature one loop potential

$$V(\phi_c, T) = D(T^2 - T_o^2)\phi_c^2 - ET\phi_c^3 + \frac{\lambda(T)}{4}\phi_c^4$$

$$D = \frac{2m_W^2 + m_Z^2 + 2m_t^2}{8v^2}$$

$$E = \frac{2m_W^3 + m_Z^3}{4\pi v^3}$$

$$T_o^2 = \frac{m_h^2 - 8Bv^2}{4D}$$

$$B = \frac{3}{64\pi^2 v^4} (2m_W^4 + m_Z^4 - 4m_t^4)$$

$$\lambda(T) = \lambda - \frac{3}{16\pi^2 v^4} \left(2m_W^4 \log \frac{m_W^2}{A_B T^2} + m_Z^4 \log \frac{m_Z^2}{A_B T^2} - 4m_t^4 \log \frac{m_t^2}{A_F T^2} \right)$$

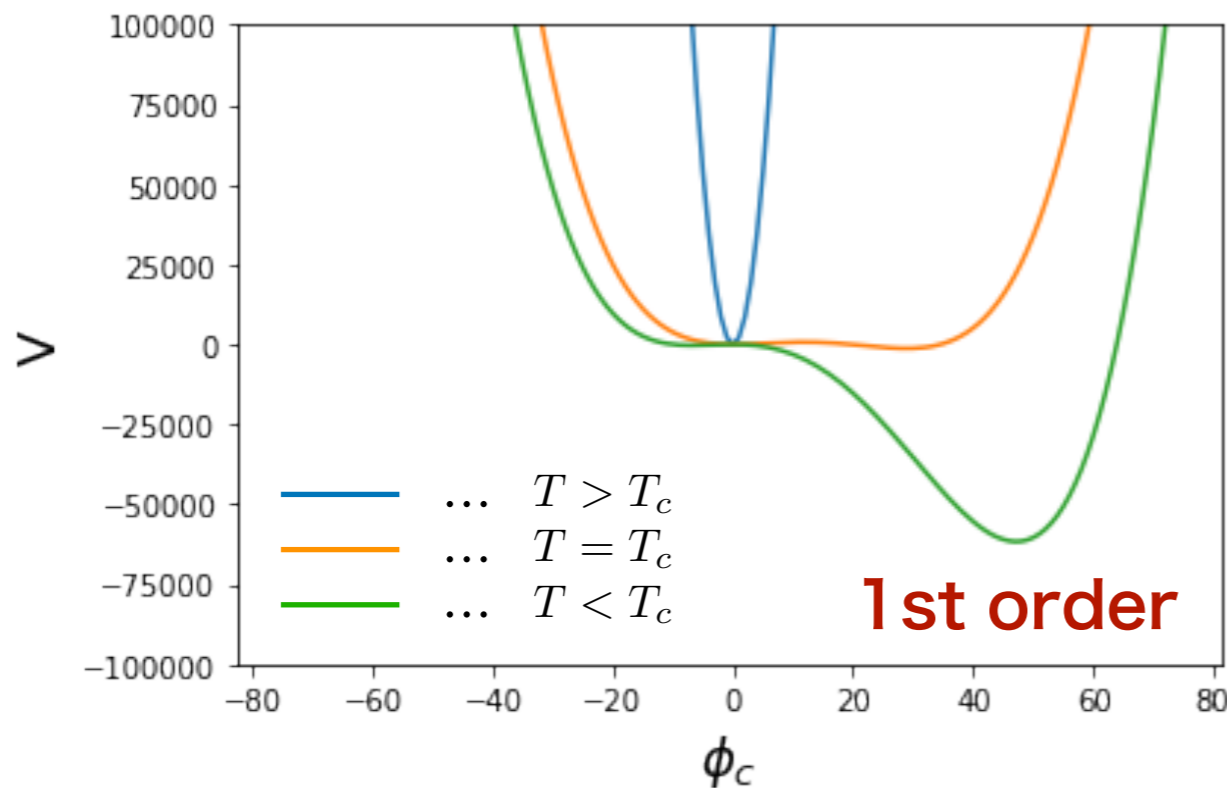
Higgs field

$$H = \begin{pmatrix} \chi_1 + i\chi_2 \\ \frac{\phi_c + h + i\chi_3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

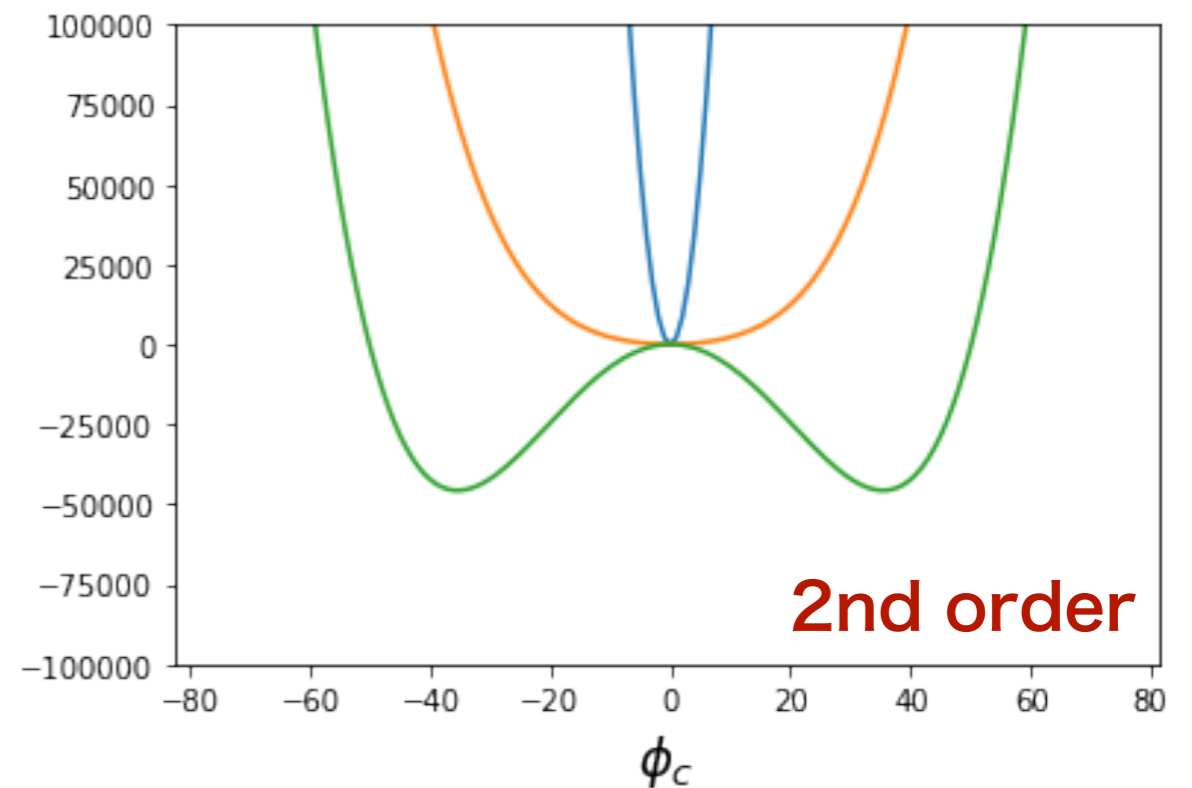
ϕ_c real background field

χ_a ($a = 1, 2, 3$) goldstone bosons

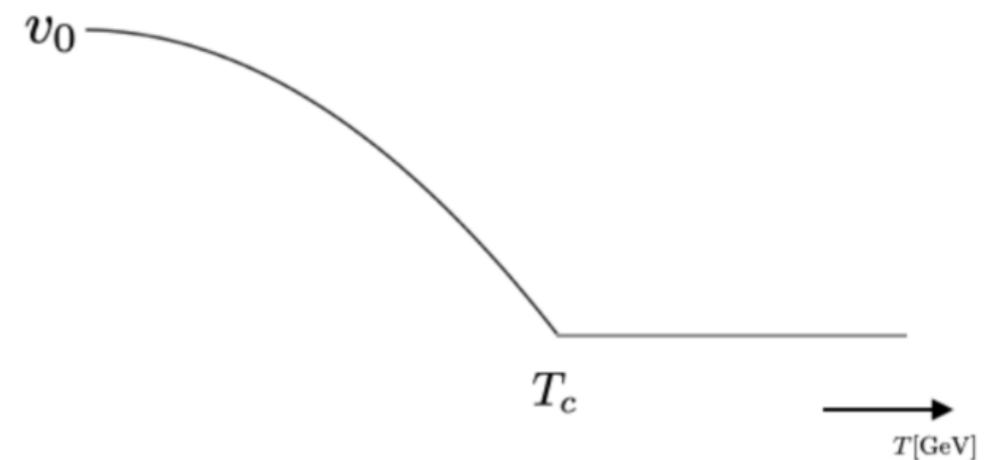
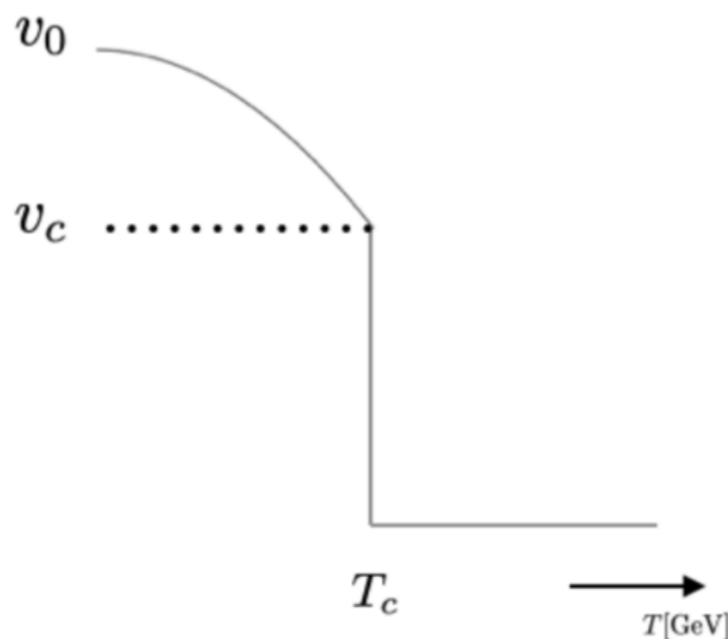
標準模型の電弱相転移



$$V(\phi_c, T) = D(T^2 - T_o^2)\phi_c^2 - ET\phi_c^3 + \frac{\lambda(T)}{4}\phi_c^4$$



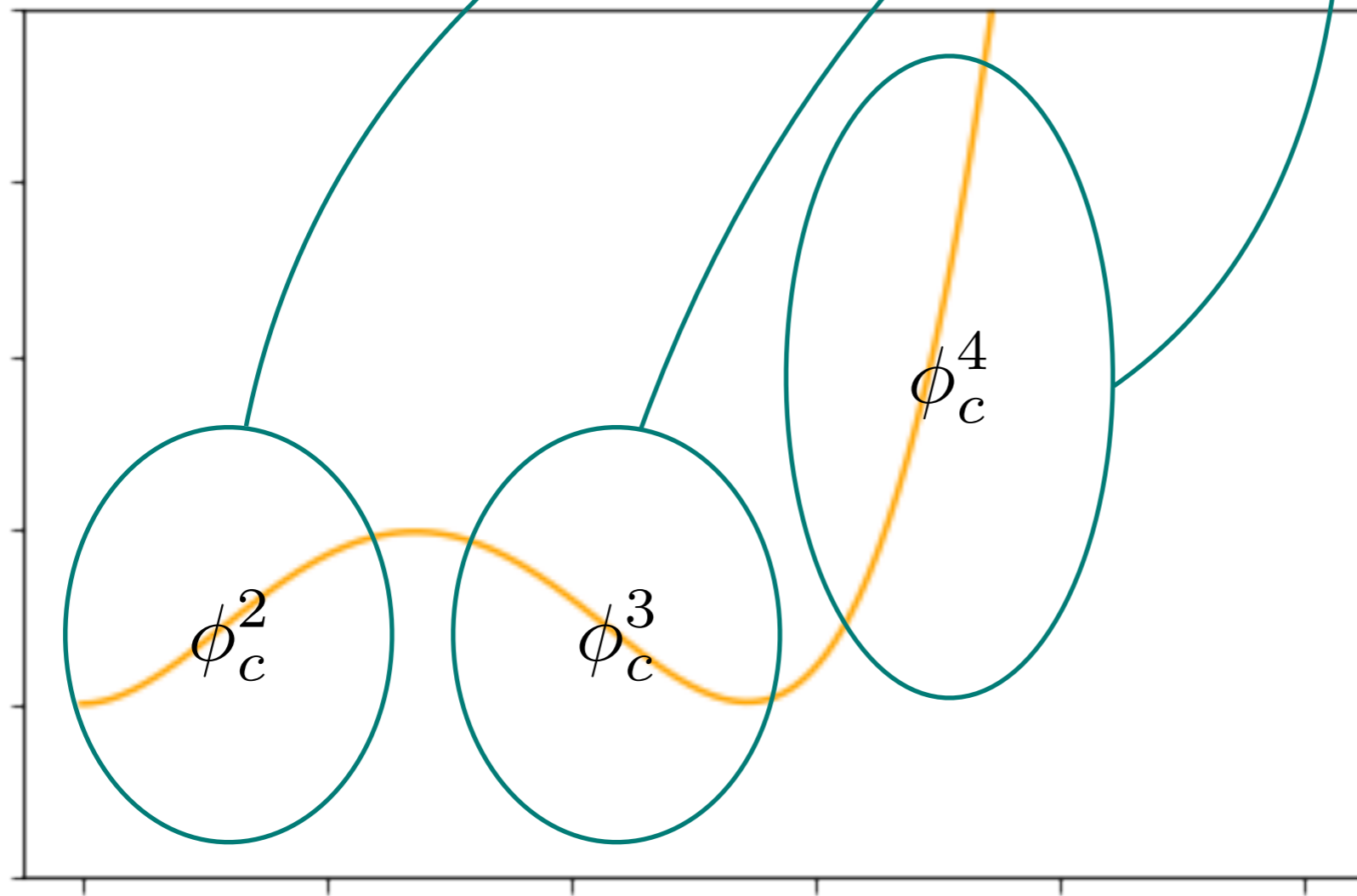
$$V(\phi_c, T) = D(T^2 - T_o^2)\phi_c^2 + \frac{\lambda(T)}{4}\phi_c^4$$



$-ET\phi_c^3$ from finite-temperature boson loop causes a 1st order PT.

標準模型の電弱相転移

$$V(\phi_c, T) = D(T^2 - T_o^2)\phi_c^2 - ET\phi_c^3 + \frac{\lambda(T)}{4}\phi_c^4$$



$v(T)$ makes
discontinuous
transition.
(1st order PT)



A barrier is needed
between the origin,
and $v(T)$



ϕ_c^3 contributes.

標準模型の電弱相転移

In the SM, SFOEWPT condition

$$\frac{v_C}{T_C} = \frac{2E}{\lambda(T_C)} \simeq \frac{\text{cubic coeff.}}{\text{quartic coeff.}} \gtrsim 1$$



$$m_h \lesssim 64 \text{ GeV}$$

Conflict with observation at LHC → We need to extend the SM!

電弱相転移

CPC CxSM

相転移の次数(1次,2次)を決定するために有効ポテンシャルを用いる

[one-loopの有効ポテンシャルを評価する2つの方法(gauge dependent)]

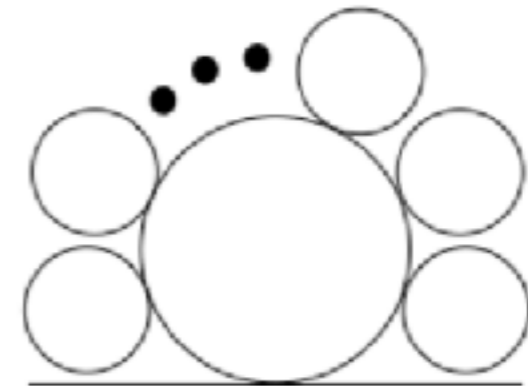
$$V_{\text{eff}}(\varphi, \varphi_S; T) = V_0(\varphi, \varphi_S; T) + \sum_i n_i \left[\underbrace{V_{\text{CW}}(\bar{m}_i^2)}_{\text{tree level}} + \underbrace{\frac{T^4}{2\pi^2} I_{B,F}\left(\frac{\bar{m}_i^2}{T^2}\right)}_{\substack{\text{ゼロ温度} \\ \text{one loop}}} \right]$$

有限温度
one loop

Daisy resummation: multi-loopを考えると

高温で摂動展開が破綻する

→ field dependent massを書き換える



Parwani scheme \bar{m}^2 をthermally corrected FDM \bar{M}^2 に置き換える

AE scheme $V_{\text{daisy}}(\varphi, \varphi_S; T) = \sum_{\substack{i=h_{1,2,\chi} \\ W_L, Z_L, \gamma_L}} -n_i \frac{T}{12\pi} \left[(\bar{M}_i^2)^{3/2} - (\bar{m}_i^2)^{3/2} \right]$ を加える

電弱相転移

CPC CxSM

$$V_{\text{eff}}(\varphi, \varphi_S; T) = V_0(\varphi, \varphi_S; T) + \sum_i n_i \left[V_{\text{CW}}(\bar{m}_i^2) + \frac{T^4}{2\pi^2} I_{B,F} \left(\frac{\bar{m}_i^2}{T^2} \right) \right]$$

$$V_{\text{CW}}(\bar{m}_i^2) = \frac{\bar{m}_i^4}{64\pi^2} \left(\ln \frac{\bar{m}_i^2}{\bar{\mu}^2} - c_i \right), \quad I_{B,F}(a^2) = \int_0^\infty dx x^2 \ln \left(1 \mp e^{-\sqrt{x^2+a^2}} \right)$$

At high temperature,

$$\begin{aligned} I_B [m^2 \beta^2] &= \int_0^\infty dx x^2 \log \left[1 - e^{-\sqrt{x^2 + \beta^2 m^2}} \right] \\ &\simeq -\frac{\pi^4}{45} + \frac{\pi^2}{12} \frac{m^2}{T^2} - \frac{\pi}{6} \left(\frac{m^2}{T^2} \right)^{3/2} - \frac{1}{32} \frac{m^4}{T^4} \log \frac{m^2}{a_b T^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_F [m^2 \beta^2] &= \int_0^\infty dx x^2 \log \left[1 + e^{-\sqrt{x^2 + \beta^2 m^2}} \right] \\ &\simeq \frac{7\pi^4}{360} - \frac{\pi^2}{24} \frac{m^2}{T^2} - \frac{1}{32} \frac{m^4}{T^4} \log \frac{m^2}{a_f T^2} \end{aligned}$$

$$a_b = 16\pi^2 \exp(3/2 - 2\gamma_E) \quad (\log a_b = 5.4076)$$

$$a_f = \pi^2 \exp(3/2 - 2\gamma_E) \quad (\log a_f = 2.6351)$$

電弱相転移

CPC CxSM

[別の2つの計算方法(gauge independent)]

HT potential $V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S; T) = V_0(\varphi, \varphi_S) + \frac{1}{2}(\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^2) T^2$

Σ_H, Σ_S : higgsとcomplex scalarのtwo-point self energy

* tree levelとthermal massのみ(one loopの寄与を含まない)

PRM scheme the Nielsen-Fukuda-Kugo (NFK) identity

$$\frac{\partial V_{\text{eff}}(\varphi, \xi)}{\partial \xi} = -C(\varphi, \xi) \frac{\partial V_{\text{eff}}(\varphi, \xi)}{\partial \varphi}$$

M. J. Ramsey-Musolf, JHEP 07 (2011), 029.

$$V_0(0, v_{S, \text{tree}}^{\text{sym}}) + V_1(0, v_{S, \text{tree}}^{\text{sym}}; T) = V_0(v_{\text{tree}}, v_{S, \text{tree}}) + V_1(v_{\text{tree}}, v_{S, \text{tree}}; T)$$

v_C, v_{SC} と v_{SC}^{sym} は V^{HT} を使って計算する

* one loopの寄与を含む

電弱相転移

CPC CxSM

	ゲージ依存性	繰り込み可能性 (tree levelの関係が one loopでも成り 立っているか)	One loopの寄与
HT potential	×		×
PRM scheme	×	×	○
Parwani scheme	○	○	○
AE scheme	○	○	○

電弱相転移

CPC CxSM

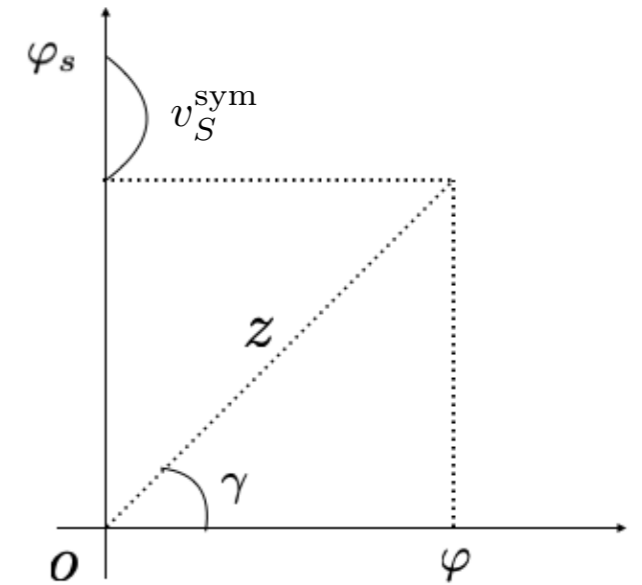
2つのスカラー場を極座標表示する

$$\varphi = z \cos \gamma, \varphi_S = z \sin \gamma + v_S^{\text{sym}}$$

HT potential

$$V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S; T) = V_0(\varphi, \varphi_S) + \frac{1}{2} (\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^2) T^2$$

$$\rightarrow V^{\text{HT}}(z, \gamma; T) = c_0 + c_1 z + (c_2 + c'_2 T^2) z^2 - c_3 z^3 + c_4 z^4$$



一次相転移が起こるとき

$$T_C \simeq \sqrt{\frac{1}{2\Sigma_H} \left(-m^2 - \frac{(v_{SC}^{\text{sym}})^2}{2} \delta_2 \right)},$$

$$v_C \simeq \sqrt{\frac{2\delta_2 (v_{SC}^{\text{sym}})^2}{\lambda} \left(1 - \frac{v_{SC}}{v_{SC}^{\text{sym}}} \right)}$$

$$v_C = \lim_{T \nearrow T_C} v(T)$$

$$v_{SC} = \lim_{T \nearrow T_C} v_S(T)$$

$$v_{SC}^{\text{sym}} = \lim_{T \searrow T_C} v_S(T)$$

強い一次相転移の条件

$$\frac{v_C}{T_C} \gtrsim 1$$

電弱相転移

CPC CxSM

$$T_C \simeq \sqrt{\frac{1}{2\Sigma_H} \left(-m^2 - \frac{(v_{SC}^{\text{sym}})^2}{2} \delta_2 \right)},$$

About T_C $T_C \rightarrow$ 小さい, $\delta_2 \rightarrow$ 正かつ大きい

$$\delta_2 = \frac{2}{vv_S} (m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) \sin \alpha \cos \alpha$$

$$v_C \simeq \sqrt{\frac{2\delta_2 (v_{SC}^{\text{sym}})^2}{\lambda} \left(1 - \frac{v_{SC}}{v} \right)}$$

(1) 正かつ大きな δ_2 $\therefore |\alpha| \simeq \frac{\pi}{4}$ and $v_S < 1 \text{ GeV}$

(2) 小さな d_2 $\therefore a_1 < 0$ かつ 適当な値

About v_C v_C

$$(v_{SC}^{\text{sym}})^3 + Av_{SC}^{\text{sym}} + B = 0$$

$$A = 2(b_1 + b_2 + 2\Sigma_S) / d_2$$

$$B = 4\sqrt{2}a_1 / d_2$$

v_{SC}^{sym} は $1/\sqrt{d_2}$ によってスケールされる $\therefore d_2 \rightarrow \text{small}$

$$d_2 = \frac{2}{v_S^2} \left[m_{h_1}^2 + (m_{h_2}^2 - m_{h_1}^2) \cos^2 \alpha + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S} \right] \simeq \frac{2}{v_S^2} \left[m_{h_1}^2 + \frac{\sqrt{2}a_1}{v_S} \right] \quad a_1 < 0$$

電弱相転移

CPC CxSM

2つのベンチマークポイント

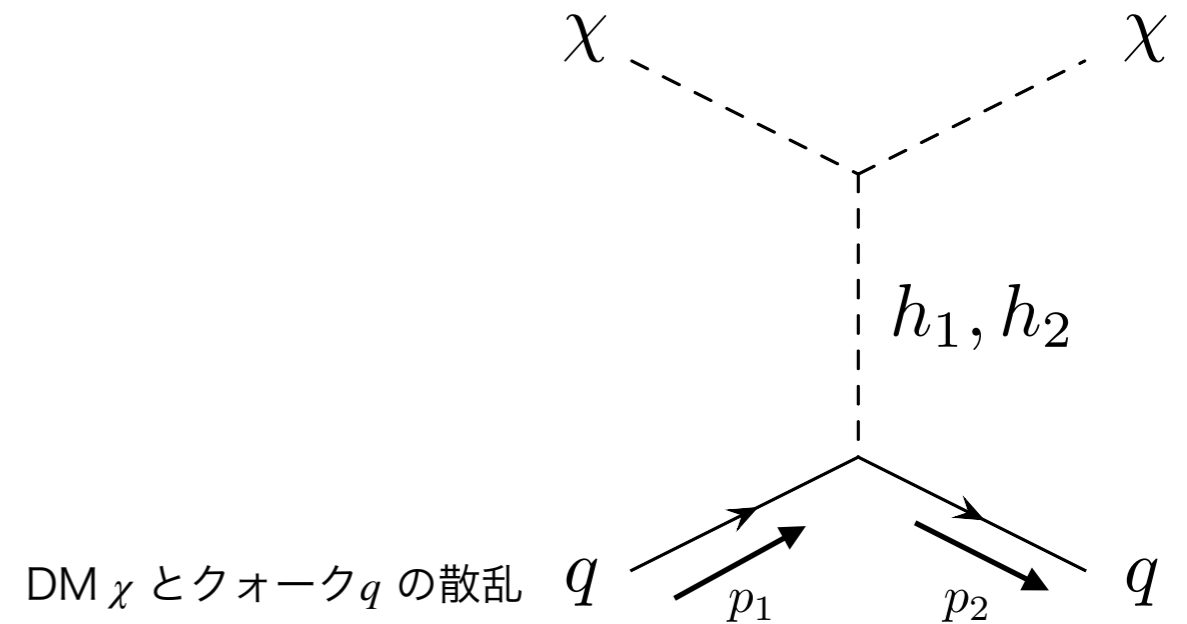
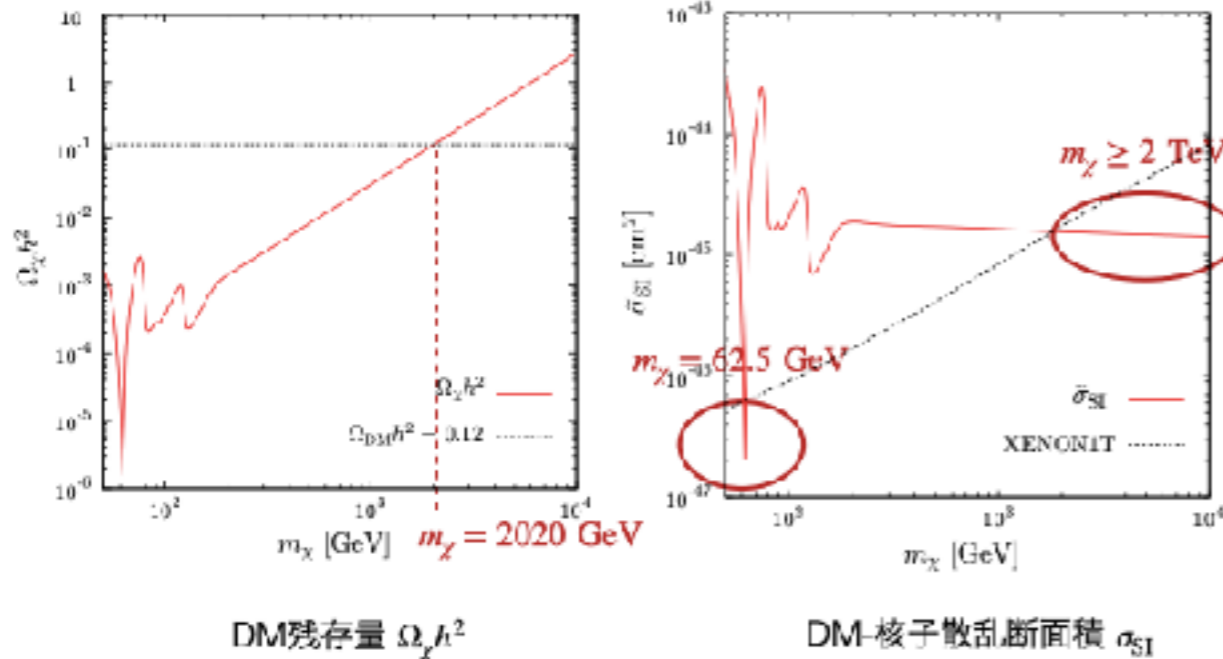
Inputs	v [GeV]	m_{h_1} [GeV]	m_{h_2} [GeV]	α [rad]	a_1 [GeV ³]	v_S [GeV]	m_χ [GeV]
BP1	246.22	125	124	$\pi/4$	-6576.17	0.6	Variable
BP2	246.22	125	126	$-\pi/4$	-6682.25	0.6	Variable
Outputs	m^2 [GeV ²]	b_1 [GeV ²]	b_2 [GeV ²]	λ	a_1 [GeV ³]	d_2	δ_2
BP1	$-(124.5)^2$	$-(107.7)^2$	$-(178.0)^2$	0.511	-6576.17	1.77	1.69
BP2	$-(125.5)^2$	$-(108.8)^2$	$-(178.4)^2$	0.520	-6682.25	1.70	1.59

BP1におけるDMの残存量 $\Omega_\chi h^2$ と DM-核子散乱断面積 σ_{SI} を計算する。

(しばらくの間、 m_χ は変数として扱う)

縮退スカラーシナリオと電弱相転移

CPC CxSM



$$\sigma_{SI} \propto \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{m_{h_1}^2} - \frac{1}{m_{h_2}^2} \right)^2 \frac{a_1^2}{v_S^4} = \frac{\delta_2^2 v^2}{4m_{h_1}^4 m_{h_2}^4} \frac{a_1^2}{v_S^2}$$

$$\delta_2 = \frac{2}{vv_S} (m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) \sin \alpha \cos \alpha$$

強い一次相転移
 $\delta_2 \rightarrow$ 大
 $v_S \rightarrow$ 小
 (1 GeV以下)

縮退スカラーシナリオにおける抑制メカニズム：

適度な大きさを持つ v_S に対して、 $m_{h_1} \simeq m_{h_2}$ による δ_2 の抑制

SFOEWPTの条件は抑制メカニズムと相反する

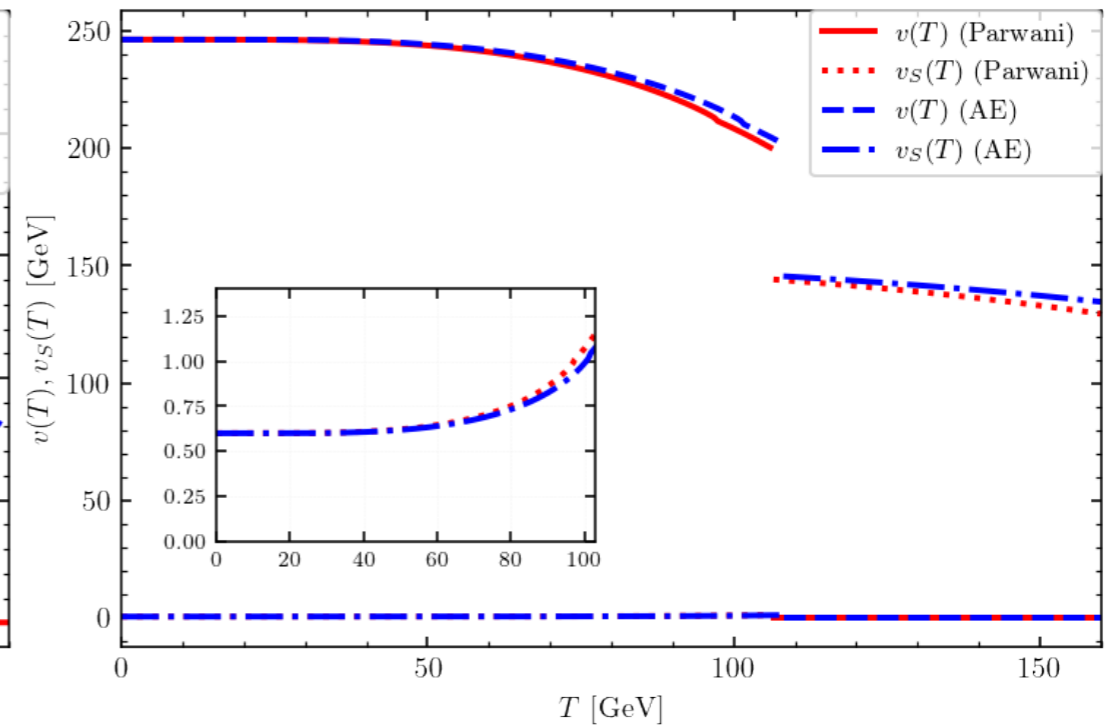
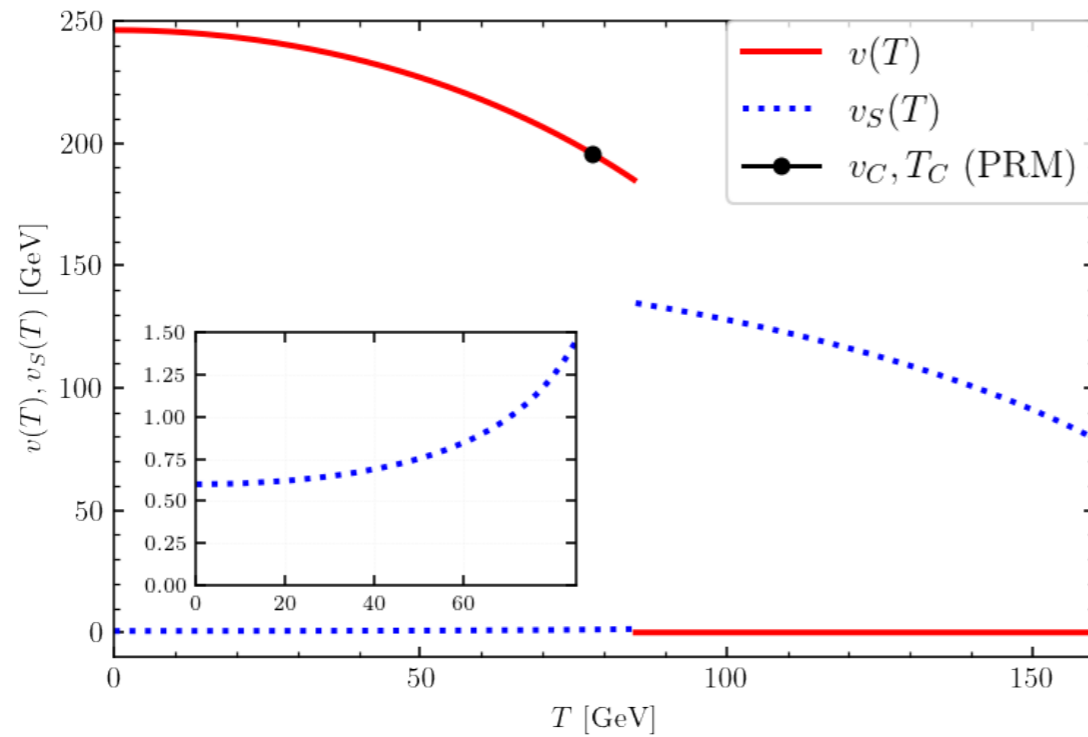
電弱相転移

CPC CxSM

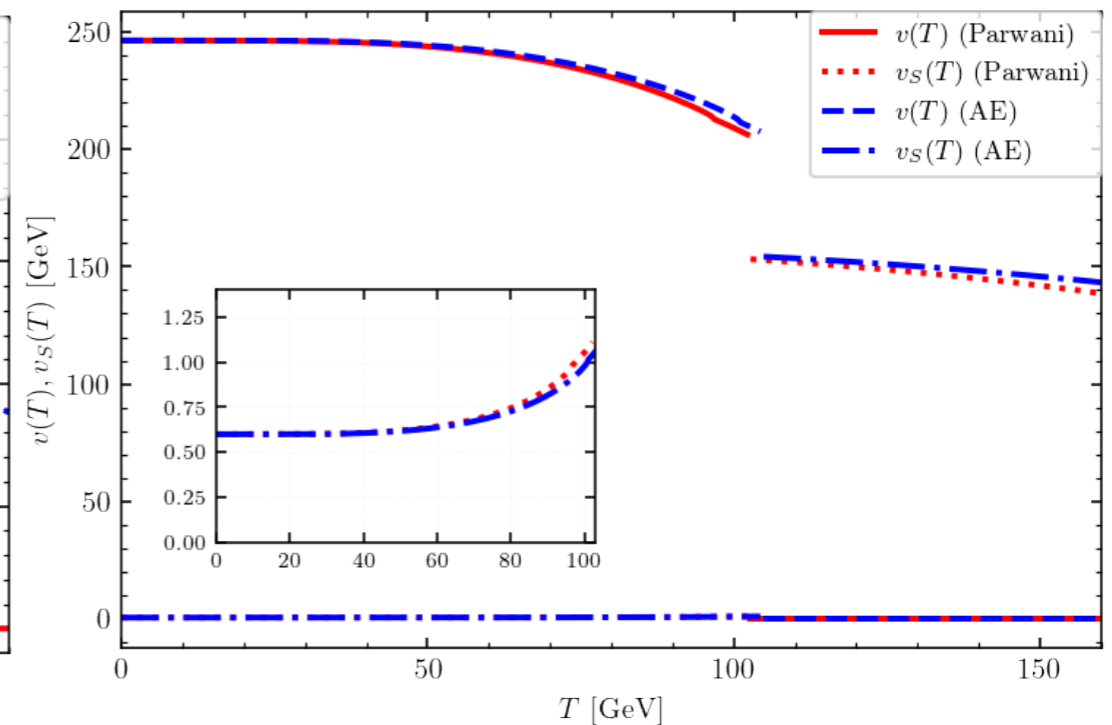
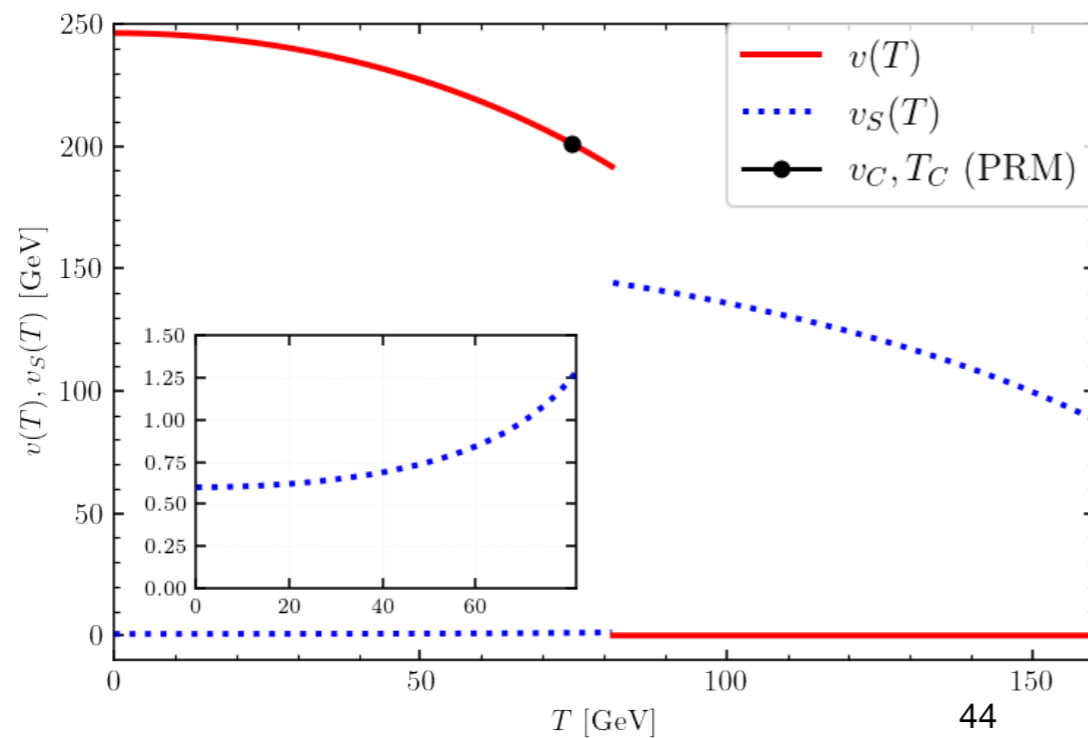
HT/PRM

Parwani/AE

BP1



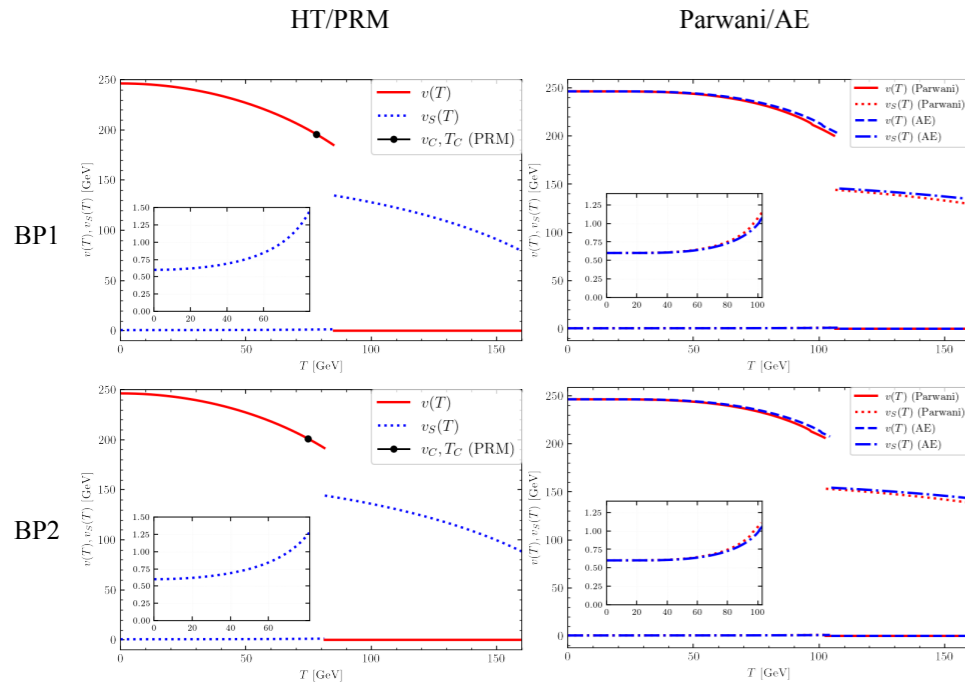
BP2



電弱相転移

CPC CxSM

例) BP1



	BP1			
Scheme	HT	PRM	Parwani	AE
v_C/T_C	$\frac{184.4}{85.3} = 2.2$	$\frac{195.6}{78.2} = 2.5$	$\frac{201.5}{106.8} = 1.9$	$\frac{202.7}{107.8} = 1.9$
v_{SC} [GeV]	1.5	1.2	1.2	1.2
v_{SC}^{sym} [GeV]	134.6	137.3	144.8	145.3

Strong 1st PT !

BP2で得られる結果もBP1で得られるものと同じ

縮退スカラーシナリオにおける強い電弱一次相転移は
 $m_{h_1} > m_{h_2}$ と $m_{h_1} < m_{h_2}$ の場合も起こることが分かった

電弱相転移

CPC CxSM

パラメーターに課される理論的制限

- ・ポテンシャルが負に落ち込まない $\lambda > 0, d_2 > 0$
- ・摂動論からの要請 $\lambda < \frac{16\pi}{3}, d_2 < \frac{16\pi}{3}$
- ・真空の安定性(質量行列の固有値が正)

$$\frac{2\lambda\Lambda^2}{v_s^2} = \lambda \left(d_2 - \frac{2\sqrt{2}a_1}{v_S^3} \right) > \delta_2^2.$$

電弱相転移

CPC CxSM

可能なDM質量領域: $m_\chi = 62.5 \text{ GeV}, 2 \text{ TeV}$

$m_\chi = 2 \text{ TeV}$ のとき、HT, Parwani, AEスキームでは一次相転移となるが、PRMスキームのときはそうならない。

$$V_0 \left(0, v_{S, \text{tree}}^{\text{sym}} \right) + V_1 \left(0, v_{S, \text{tree}}^{\text{sym}} ; T \right) = V_0 \left(v_{\text{tree}}, v_{S, \text{tree}} \right) + V_1 \left(v_{\text{tree}}, v_{S, \text{tree}} ; T \right)$$

ゼロ温度で右辺が左辺より低くならないといけない

そうでないと、 T_C が定義されるような縮退点が生まれえない

Ex) BP1

$m_\chi \gtrsim 700 \text{ GeV}$ のとき、右辺が左辺を上回ってしまう

→ Higher orderの寄与を含めればDM質量へのバウンドは緩和されるかもしれない

Tree-level MPP in the CxSM

$$\begin{aligned} \Delta V_0 &\equiv V_0(v, v_S) - V_0(0, v'_S) \\ &= \frac{m^2}{8} v^2 + \frac{3\sqrt{2}a_1}{4} (v_S - v'_S) + \frac{b_1 + b_2}{8} (v_S^2 - v'^2_S). \end{aligned}$$

$$\frac{b_2}{2} + \frac{d_2}{4} v'^2_S + \frac{\sqrt{2}a_1}{v'_S} + \frac{b_1}{2} = 0 \rightarrow v'^3_S + 2\frac{b_1 + b_2}{d_2} v'_S + 4\sqrt{2}\frac{a_1}{d_2} = 0.$$

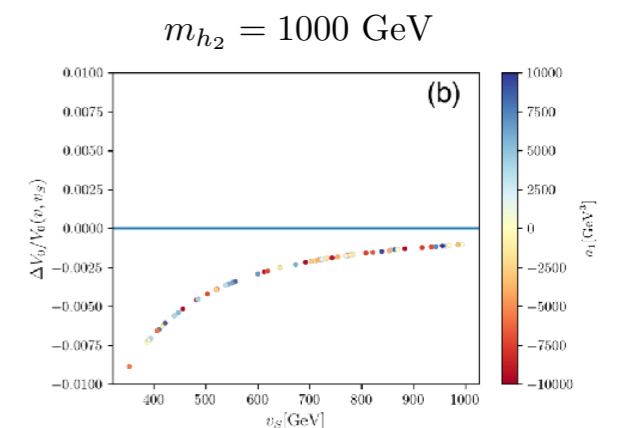
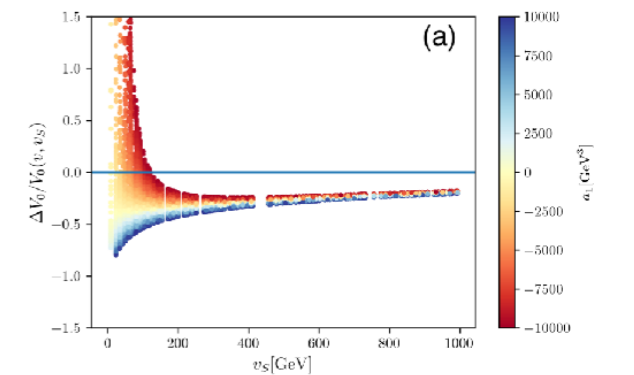
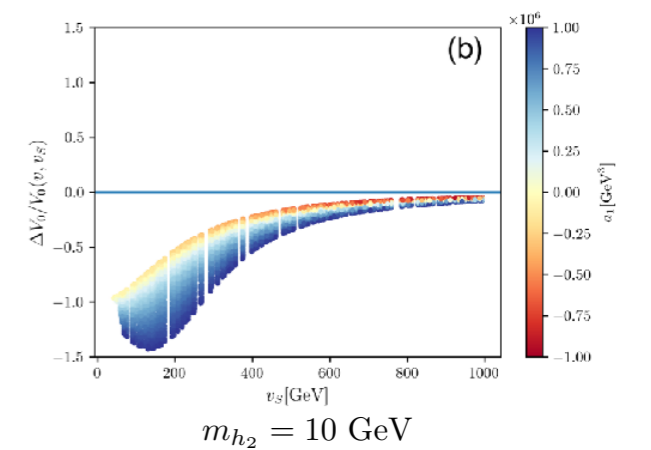
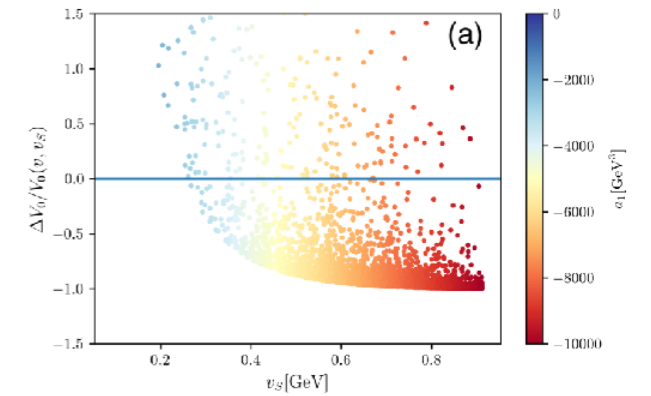
$$\text{If } a_1 \neq 0, \quad v'^2_S = -2\frac{b_1 + b_2}{d_2} = \frac{\delta_2}{d_2} v^2 + v^2_S$$

↑ ここに a_1 の補正が加わる

$1/d_2$ でスケールされている

$$d_2 = 2 \left(\frac{m_{h_1}}{v_S} \right)^2 \sin^2 \alpha + 2 \left(\frac{m_{h_2}}{v_S} \right)^2 \cos^2 \alpha + \boxed{2\sqrt{2} \frac{a_1}{v^3_S}}$$

↑ 補正項のcoeff. $1/v^3_S$

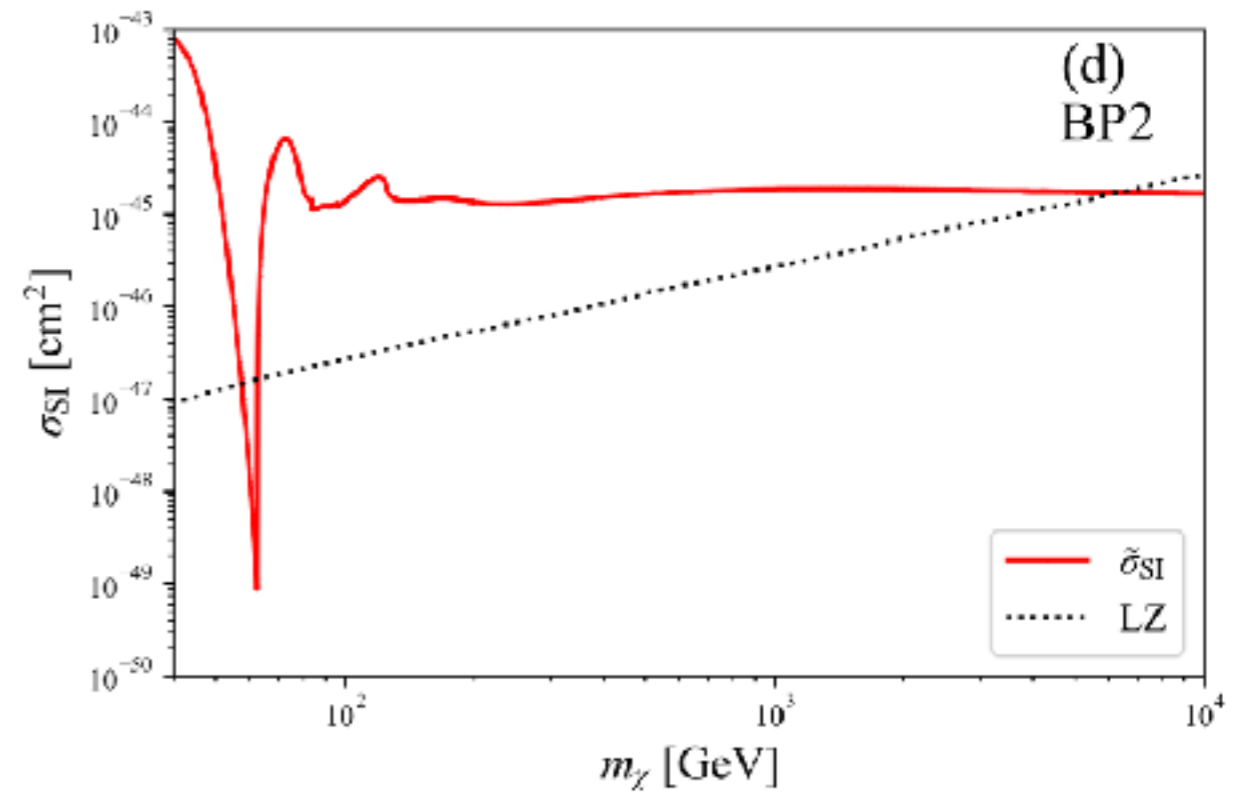
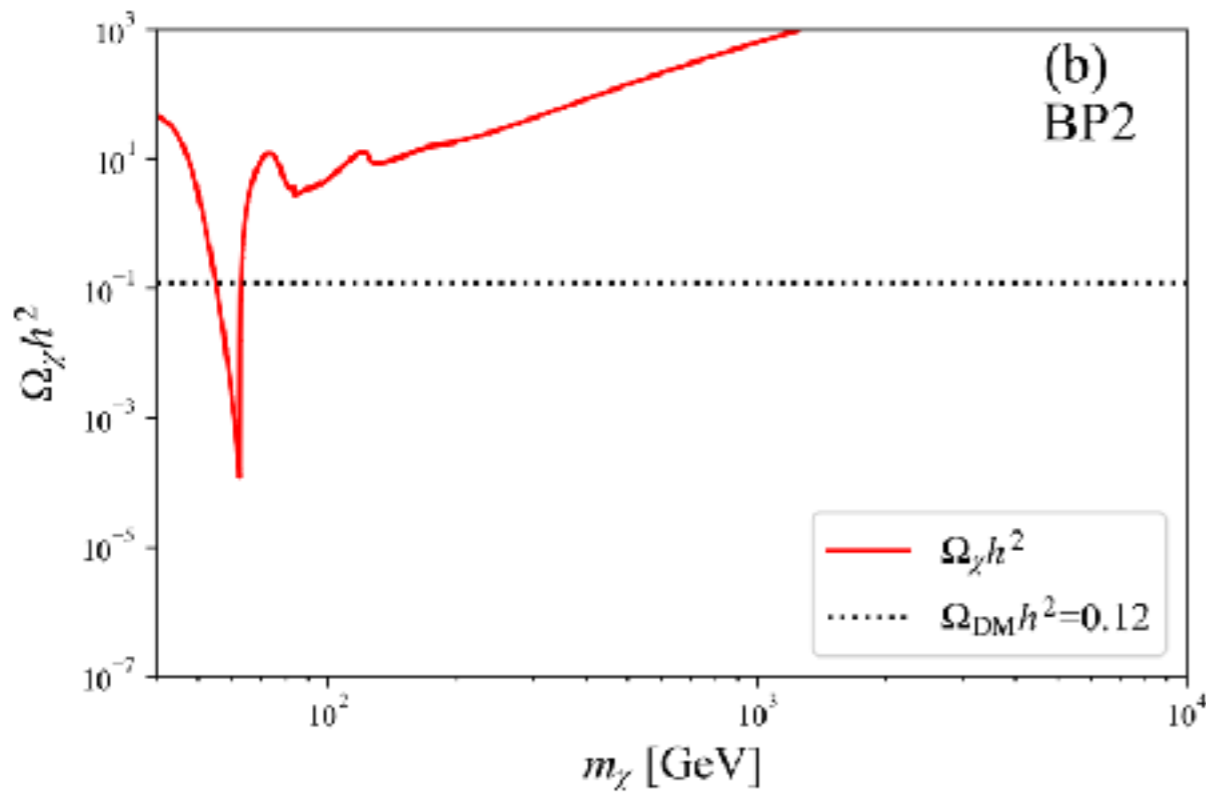


暗黒物質実験との比較

スカラー非縮退領域

$$\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$$

$$\tilde{\sigma}_{\text{SI}} = \left(\frac{\Omega_{\chi}}{\Omega_{\text{DM}}} \right) \sigma_{\text{SI}}$$



LHC実験との比較

スカラー非縮退領域

The Higgs signal strength μ

$$0.92 < \mu < 1.20 \quad \text{at ATLAS} \quad 0.90 < \mu < 1.16 \quad \text{at CMS}$$

The total decay width

$$\Gamma_h^{\text{exp}} < 14.4 \text{MeV} \quad \text{at ATLAS} \quad \Gamma_h^{\text{exp}} = 3.2_{-1.7}^{+2.4} \text{MeV} \quad \text{at CMS}$$

Inputs	v [GeV]	v_S [GeV]	m_{h_1} [GeV]	m_{h_2} [GeV]	α [rad]	m_χ [GeV]	a_1 [GeV ³]
BP1	246.22	0.6	125.0	124.0	$\pi/4$	62.5	-6576.2385
BP2	246.22	10.0	125.0	10.0	0.001	62.5	-707.1913
Outputs	m^2	b_2 [GeV ²]	b_1 [GeV ²]	λ	δ_2	d_2	a_1 [GeV ³]
BP1	$-(124.5)^2$	$-(178.0)^2$	$(107.7)^2$	0.511	1.69	0.87	-6576.2385
BP2	$-(125.0)^2$	$(60.20)^2$	$-(61.69)^2$	0.515	0.013	7.1×10^{-5}	-707.1913

	v_C/T_C	v_{SC} [GeV]	v'_{SC} [GeV]
BP1	$\frac{244.0}{48.3} = 5.1$	0.62	214.6
BP2	$\frac{244.4}{49.7} = 4.9$	10.3	226.2

$h_1 \rightarrow h_2 h_2$ という decay channel が新たに加わる

$$\mu = 0.956$$

$$\Gamma_{h_1} = 4.29 \text{MeV}$$

ATLAS, CMSの結果とconsistent

CPV CxSM

Model definition

CPV CxSM

Tadpole condition with respect to h, s, χ

$$\left\langle \frac{\partial V_0}{\partial h} \right\rangle = v \left[\frac{m^2}{2} + \frac{\lambda}{4} v^2 + \frac{\delta_2}{4} |v_S|^2 \right] = 0$$

$$\left\langle \frac{\partial V_0}{\partial s} \right\rangle = v_S^r \left[\frac{b_2}{2} + \frac{\delta_2}{4} v^2 + \frac{d_2}{4} |v_S|^2 + \frac{b_1^r}{2} \right] + \sqrt{2} a_1^r - \frac{1}{2} b_1^i v_S^i = 0$$

$$\left\langle \frac{\partial V_0}{\partial \chi} \right\rangle = v_S^i \left[\frac{b_2}{2} + \frac{\delta_2}{4} v^2 + \frac{d_2}{4} |v_S|^2 - \frac{b_1^r}{2} \right] - \sqrt{2} a_1^i - \frac{1}{2} b_1^i v_S^r = 0$$

Mass matrix

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2} v^2 & \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{\delta_2}{2} v v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{d_2}{2} v_S^{r2} - \frac{\sqrt{2} a_1^r}{v_S^r} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^i}{v_S^r} & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^i & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i & \frac{d_2}{2} v_S^{i2} + \frac{\sqrt{2} a_1^i}{v_S^i} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^r}{v_S^i} \end{pmatrix}$$

Mixing matrix

$$O(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

CP domain wall

CPV CxSM

$a_1, b_1 \in R$ もしくは $a_1 \neq 0$ だが $a_1^i = b_1^i = 0$ のとき

$V_0(H, S)$ は Z_2 対称性 $\chi \rightarrow -\chi$ に対して不変

Z_2 対称性が自発的に破れると CP domain wallが発生する

$$v_S^i = \pm \sqrt{-v_S^{r2} + \frac{2\lambda}{\delta_2^2 - \lambda d_2} \left(-\frac{\delta_2 m^2}{\lambda} + b_2 + \frac{\sqrt{2}a_1^r}{v_S^r} \right)}$$

explicit CPV(a_1^i, b_1^i)があれば、この縮退した2つのminimaは解消され

domain wallは不安定になる \rightarrow explicit CPVを仮定

Parameters

CPV CxSM

スカラーポテンシャルの9つの自由度

$$\{m^2, \lambda, \delta_2, b_2, d_2, a_1^r, a_1^i, b_1^r, b_1^i\}$$

$\{m^2, b_2, b_1^r\}$: vev3つと交換(\because tadpole conditions)

$b_1^i = 0$: a_1^i が phase を吸収

残り5つ : $\{m_{h_1}, m_{h_2}, m_{h_3}, \alpha_1, \alpha_2\}$ と交換(\because Mass matrix)

Parameters

CPV CxSM

tadpole conditionsより

$$m^2 = -\frac{\lambda}{2}v^2 - \frac{\delta_2}{2}|v_S|^2$$

$$b_2 = -\frac{\delta_2}{2}v^2 - \frac{d_2}{2}|v_S|^2 - \sqrt{2} \left(\frac{a_1^r}{v_S^r} - \frac{a_1^i}{v_S^i} \right)$$

$$b_1^r = -\sqrt{2} \left(\frac{a_1^r}{v_S^r} + \frac{a_1^i}{v_S^i} \right)$$

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2}v^2 & \frac{\delta_2}{2}vv_S^r & \frac{\delta_2}{2}vv_S^i \\ \frac{\delta_2}{2}vv_S^r & \frac{d_2}{2}v_S^{r2} - \frac{\sqrt{2}a_1^r}{v_S^r} + \frac{b_1^i}{2}\frac{v_S^i}{v_S^r} & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2}v_S^r v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2}vv_S^i & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2}v_S^r v_S^i & \frac{d_2}{2}v_S^{i2} + \frac{\sqrt{2}a_1^i}{v_S^i} + \frac{b_1^r}{2}\frac{v_S^r}{v_S^i} \end{pmatrix}$$

$$(\mathcal{M}_S^2)_{ij} = \sum_k O_{ik} O_{jk} m_{h_k}^2 \text{ より}$$

$$\lambda = \frac{2}{v^2} \sum_i O_{1i}^2 m_{h_i}^2$$

$$O(\alpha_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\delta_2 = \frac{2}{vv_S^r} \sum_i O_{1i} O_{2i} m_{h_i}^2 = \frac{2}{vv_S^i} \sum_i O_{1i} O_{3i} m_{h_i}^2$$

$$d_2 = \frac{2}{v_S^{r2}} \left[\frac{\sqrt{2}a_1^r}{v_S^r} + \sum_i O_{2i}^2 m_{h_i}^2 \right] = \frac{2}{v_S^{i2}} \left[-\frac{\sqrt{2}a_1^i}{v_S^i} + \sum_i O_{3i}^2 m_{h_i}^2 \right] = \frac{2}{v_S^r v_S^i} \left[\sum_i O_{2i} O_{3i} m_{h_i}^2 \right]$$

Parameters

CPV CxSM

d_2 の表式より

$$a_1^r = -\frac{v_S^r}{\sqrt{2}} \left[\sum_i O_{2i} \left(O_{2i} - O_{3i} \frac{v_S^r}{v_S^i} \right) m_{h_i}^2 \right]$$

$$a_1^i = \frac{v_S^i}{\sqrt{2}} \left[\sum_i O_{3i} \left(O_{3i} - O_{2i} \frac{v_S^i}{v_S^r} \right) m_{h_i}^2 \right]$$

α_3 は独立ではなく δ_2 の表式から導かれた以下の式より与えられる

$$\sum_i O_{1i} \left[\frac{O_{2i}}{v_S^r} - \frac{O_{3i}}{v_S^i} \right] m_{h_i}^2 = \frac{(\mathcal{M}_S^2)_{12}}{v_S^r} - \frac{(\mathcal{M}_S^2)_{13}}{v_S^i} = 0$$

縮退スカラーシナリオ

CPV CxSM

Higgsとfermion(f), gauge boson($V = W^\pm, Z$)のcoupling

$$\mathcal{L}_{h_i \bar{f} f} = -\frac{m_f}{v} h \bar{f} f = -\frac{m_f}{v} \sum_{i=1-3} \kappa_{if} h_i \bar{f} f$$

$$\mathcal{L}_{h_i V V} = \frac{1}{v} h (m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 2m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu}) = \frac{1}{v} \sum_{i=1-3} \kappa_{iV} h_i (m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 2m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu})$$

$$h_1 = O_{11} h_{\text{SM}} + O_{21} s + O_{31} \chi$$

$$h_2 = O_{12} h_{\text{SM}} + O_{22} s + O_{32} \chi$$

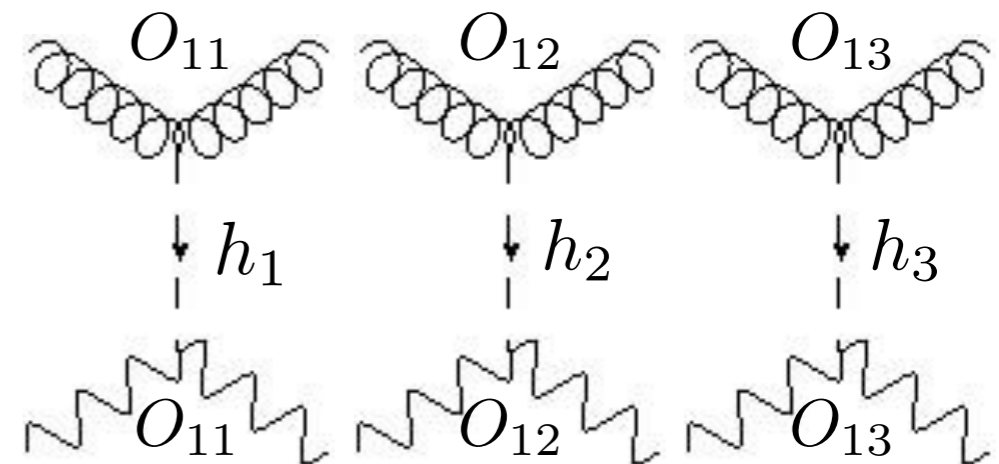
$$h_3 = O_{13} h_{\text{SM}} + O_{22} s + O_{33} \chi$$

$$\kappa_i \equiv \kappa_{if} = \kappa_{iV} = O_{1i}$$

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM}) (m_{h_1}) \times O_{11}^2$$

$$\Gamma(h_2 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM}) (m_{h_2}) \times O_{12}^2$$

$$\Gamma(h_3 \rightarrow \text{SM}) = \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM}) (m_{h_3}) \times O_{13}^2$$



回転行列の直交性 $\sum_k O_{ik} O_{jk} = \delta_{ij}$ より

$$\Gamma(h_1 \rightarrow \text{SM}) + \Gamma(h_2 \rightarrow \text{SM}) + \Gamma(h_3 \rightarrow \text{SM}) \simeq \Gamma(h_{\text{SM}} \rightarrow \text{SM}) \text{ for } m_{h_1} \simeq m_{h_2} \simeq m_{h_3}$$

Higgs coupling

CPV CxSM

Higgs と fermion(f), gauge boson($V = W^\pm, Z$) の coupling

$$\mathcal{L}_{h_i \bar{f} f} = -\frac{m_f}{v} h \bar{f} f = -\frac{m_f}{v} \sum_{i=1-3} \kappa_{if} h_i \bar{f} f$$

$$\mathcal{L}_{h_i V V} = \frac{1}{v} h (m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 2m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu}) = \frac{1}{v} \sum_{i=1-3} \kappa_{iV} h_i (m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 2m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu})$$

$$\kappa_{if} = O_{1i}, \quad \kappa_{iV} = O_{1i}$$

SM limit では $\kappa_{1f} = \kappa_{1V} = 1$ and $\kappa_{2,3f} = \kappa_{2,3V} = 0$

縮退スカラーシナリオ

CPV CxSM

$gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*$ というプロセスを考える

amplitude

$$\mathcal{M}_{gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*} = \sum_{i=1}^3 \mathcal{M}_{gg \rightarrow h}^{\text{SM}} \kappa_{if} \frac{1}{s - m_{h_i}^2 + im_{h_i} \Gamma_{h_i}} \kappa_{iV} \mathcal{M}_{h \rightarrow VV^*}^{\text{SM}}$$

Squared amplitude

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*}|^2 &= |\mathcal{M}_{gg \rightarrow h}^{\text{SM}}|^2 |\mathcal{M}_{h \rightarrow VV^*}^{\text{SM}}|^2 \left[\sum_{i=1}^3 \frac{\kappa_{if}^2 \kappa_{iV}^2}{(s - m_{h_i}^2)^2 + m_{h_i}^2 \Gamma_{h_i}^2} \right. \\ &\quad \left. + 2 \operatorname{Re} \sum_{i < j} \frac{\kappa_{if} \kappa_{jf} \kappa_{iV} \kappa_{jV}}{(s - m_{h_i}^2 + im_{h_i} \Gamma_{h_i}) (s - m_{h_j}^2 - im_{h_j} \Gamma_{h_j})} \right] \end{aligned}$$

縮退スカラーシナリオ

CPV CxSM

$\Gamma_{h_i} < \Gamma_h^{\text{SM}} (\simeq 4.1\text{MeV}) \ll m_{h_i} (\simeq 125\text{GeV})$ よりNWAが使える

$$\pi\delta(s - m^2) = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{m\Gamma}{(s - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{2\pi} \frac{1}{(s - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} = \frac{1}{2m\Gamma}$$

$i = 1, j = 2$ とするとinterference termは

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{2\pi} \text{Re} \left[\frac{1}{(s - m_1^2 + im_1\Gamma_1)(s - m_2^2 - im_2\Gamma_2)} \right] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds}{2\pi} \frac{(s - m_1^2)(s - m_2^2) + m_1m_2\Gamma_1\Gamma_2}{\{(s - m_1^2)(s - m_2^2) + m_1m_2\Gamma_1\Gamma_2\}^2 + \{m_1\Gamma_1(s - m_2^2) - m_2\Gamma_2(s - m_1^2)\}^2} \\ &= \frac{m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2}{(m_1^2 - m_2^2)^2 + (m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2)^2} \end{aligned}$$

$$m_1 = m_2 = m \text{ のとき} \quad I = \frac{1}{m(\Gamma_1 + \Gamma_2)}$$

縮退スカラーシナリオ

CPV CxSM

$$I = \frac{m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2}{(m_1^2 - m_2^2)^2 + (m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2)^2} \quad \text{より}$$

$$(m_1^2 - m_2^2)^2 < m_1\Gamma_1 + m_2\Gamma_2 \quad \rightarrow \quad |m_{h_1} - m_{h_2}| \lesssim \Gamma_{h_1} + \Gamma_{h_2} \quad \text{のとき}$$

interference termは重要となる

いま、mass deferenceは 500 MeV、total decay widthの合計は 4.1 MeV 程度なのでinterference termは無視できる

Higgs total decay widthの実験的制限

$$\Gamma_h^{\text{exp}} < 14.4\text{MeV} \quad (\text{ATLAS}) \quad \text{and} \quad \Gamma_h^{\text{exp}} = 3.2_{-1.7}^{+2.4}\text{MeV} \quad (\text{CMS})$$

このモデルのtotal decay widthを制限するほどpreciseではない

縮退スカラーシナリオ

CPV CxSM

Cross section

$$\sigma_{gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*} \simeq \sigma_{gg \rightarrow h}^{\text{SM}} \left[\sum_i \frac{\kappa_{if}^2 \kappa_{iV}^2}{\Gamma_{h_i}} \right] \Gamma_{h \rightarrow VV^*}^{\text{SM}}$$

$$\sigma_{gg \rightarrow h_i \rightarrow VV^*} \simeq \sigma_{gg \rightarrow h}^{\text{SM}} \cdot \text{Br}_{h \rightarrow VV^*}^{\text{SM}} \quad \because \Gamma_{h_i} \simeq \kappa_i^2 \Gamma_h^{\text{SM}}, \quad \sum_i \kappa_i^2 = 1$$

縮退スカラーシナリオ

CPV CxSM

$$(\mathcal{M}_S^2)_{ij} \simeq \sum_k O_{ik} O_{jk} m_h^2 = \delta_{ij} m_h^2$$

$$\mathcal{M}_S^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda}{2} v^2 & \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{\delta_2}{2} v v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^r & \frac{d_2}{2} v_S^2 - \frac{\sqrt{2} a_1^r}{v_S^r} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^i}{v_S^r} & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i \\ \frac{\delta_2}{2} v v_S^i & -\frac{b_1^i}{2} + \frac{d_2}{2} v_S^r v_S^i & \frac{d_2}{2} v_S^2 + \frac{\sqrt{2} a_1^i}{v_S^i} + \frac{b_1^i}{2} \frac{v_S^r}{v_S^i} \end{pmatrix} O(\alpha_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & -s_3 \\ 0 & s_3 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & 0 & -s_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s_2 & 0 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\delta_2 = \frac{2}{v v_S^r} \sum_i O_{1i} O_{2i} m_{h_i}^2 = \frac{2c_2}{v v_S^r} \left[(m_{h_1}^2 - m_{h_2}^2) s_1 c_1 c_3 + s_2 s_3 (m_{h_3}^2 - m_{h_1}^2 c_1^2 - m_{h_2}^2 s_1^2) \right]$$

$(M_S^2)_{ij}$ ($i \neq j$) には δ_2 や d_2 が含まれる

上式を満たすには $|\delta_2| \ll 1, |d_2| \ll 1$ である必要があるが、 δ_2 の大きさは

EWPTの強さに直結

そこで $v_S^{r,i}/v \ll 1$ として $\delta_2 = \mathcal{O}(1)$ and $d_2 = \mathcal{O}(1)$ に保つ

電弱相転移

CPV CxSM

arXiv:2205.12046

2種類の有効ポテンシャルを評価

- **High temperature(HT) potential**

: tree level potential + thermal mass

- **one-loop full potential w/ Parwani resummation**

: tree level potential + zero temperature potential
+ finite temperature potential w/ resummation

定性的な T_C, ν_C の評価

CPV CxSM

CP phaseを導入したためPTに関わる場合は3つに

HTポテンシャル

$\varphi, \varphi_S^r, \varphi_S^i \cdots H, \text{Re}S, \text{Im}S$ のバックグラウンド場

$$\begin{aligned} V^{\text{HT}}(\varphi, \varphi_S^r, \varphi_S^i; T) &= V_0(\varphi, \varphi_S^r, \varphi_S^i) + \frac{T^2}{2} [\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^{r2} + \Sigma_S \varphi_S^{i2}] \\ &= \frac{m^2}{4} \varphi^2 + \frac{\lambda}{16} \varphi^4 + \frac{\delta_2}{8} \varphi^2 (\varphi_S^{r2} + \varphi_S^{i2}) + \frac{d_2}{16} (\varphi_S^{r2} + \varphi_S^{i2})^2 \\ &\quad + \sqrt{2} (a_1^r \varphi_S^r - a_1^i \varphi_S^i) + \frac{1}{4} b_1^r (\varphi_S^{r2} - \varphi_S^{i2}) + \frac{b_2}{4} (\varphi_S^{r2} + \varphi_S^{i2}) \\ &\quad + \frac{T^2}{2} [\Sigma_H \varphi^2 + \Sigma_S \varphi_S^{r2} + \Sigma_S \varphi_S^{i2}] \end{aligned}$$

3つのスカラー場を極座標表示する

$$\varphi = z \cos \gamma, \quad \varphi_S^r = z \sin \gamma \cos \theta + \tilde{v}_S^r, \quad \varphi_S^i = z \sin \gamma \sin \theta + \tilde{v}_S^i$$

定性的な T_C, v_C の評価

CPV CxSM

T_C でのポテンシャル

$$V(z_C, \gamma_C, \theta_C; T_C) = c_4 z^2 (z - z_C)^2, \quad z_C = \frac{c_3}{2c_4}$$

$$V^{\text{HT}} \ni -c_3 z^3 + c_4 z^4$$

$$c_3 = -\frac{s_{\gamma_C} c_{\gamma_C}^2}{4} (c_{\theta_C} \tilde{v}_S^r + s_{\theta_C} \tilde{v}_S^i) (\delta_2 + d_2 t_{\gamma_C}^2)$$

$$c_4 = \frac{c_{\gamma_C}^4}{16} (\lambda + 2\delta_2 t_{\gamma_C}^2 + d_2 t_{\gamma_C}^4)$$

$$t_{\gamma_C} = \frac{v_{SC}^r - \tilde{v}_{SC}^r}{v_C c_{\theta_C}} = \frac{v_{SC}^i - \tilde{v}_{SC}^i}{v_C s_{\theta_C}}.$$

$|t_{\gamma_C}| \ll 1$ のとき

$$v_C \simeq \sqrt{\frac{2\delta_2}{\lambda} \left(|\tilde{v}_{SC}|^2 - \tilde{v}_{SC}^i (\tilde{v}_{SC}^i - t_{\theta_C} \tilde{v}_{SC}^r) \right) \left(1 - \frac{v_{SC}^r}{\tilde{v}_{SC}^r} \right)},$$

$$T_C \simeq \sqrt{\frac{1}{2\Sigma_H} \left[-m^2 - \frac{\delta_2}{2} |\tilde{v}_{SC}|^2 \right]},$$

定性的な T_C, ν_C の評価

CPV CxSM

一次相転移が起こるとき

$$\nu_C \simeq \sqrt{\frac{2\delta_2}{\lambda} \left(|\tilde{\nu}_{SC}|^2 - \tilde{\nu}_{SC}^i (\tilde{\nu}_{SC}^i - t_{\theta_C} \tilde{\nu}_{SC}^r) \right) \left(1 - \frac{\nu_{SC}^r}{\tilde{\nu}_{SC}^r} \right)},$$

$$T_C \simeq \sqrt{\frac{1}{2\Sigma_H} \left[-m^2 - \frac{\delta_2}{2} |\tilde{\nu}_{SC}|^2 \right]},$$

強い一次相転移の条件

$$\frac{\nu_C}{T_C} \gtrsim 1$$

r と i を入れ替えても
 ν_C の表式は成り立つ

大きな $\nu_C \rightarrow$ 大きな δ_2 、 小さな $\tilde{\nu}_S^i, \tilde{\nu}_S^r$ CPV CxSM特有の結果

小さな $T_C \rightarrow$ 大きな δ_2

CPC CxSMと同様

電弱相転移

CPV CxSM

このモデルにおける
PTのパターン

@高温(symmetric phase)

$$S' : (0, \tilde{v}_S^r(T), \tilde{v}_S^i(T))$$

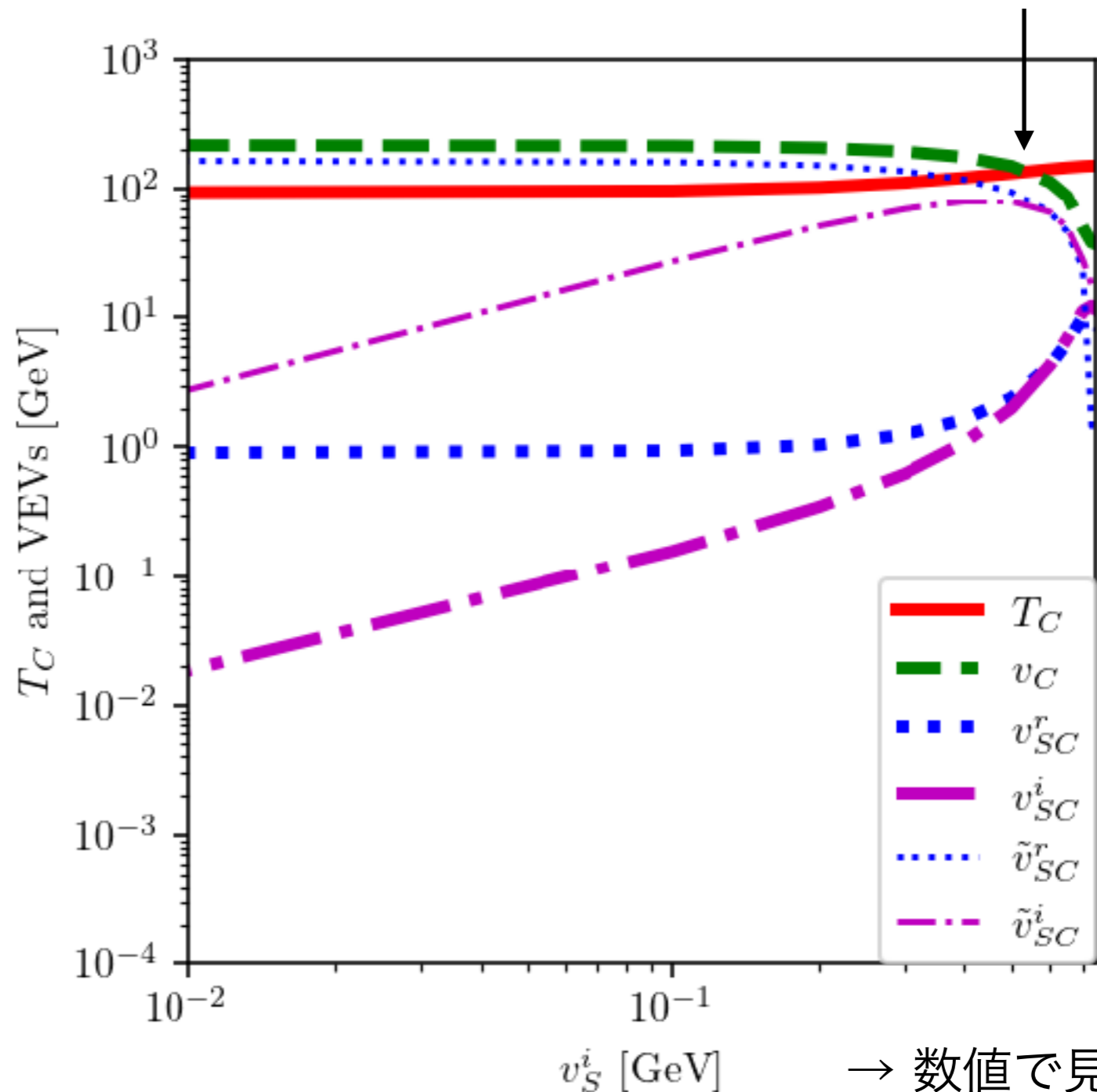


@低温(broken phase)

$$EW_1 : (v(T), v_S^r(T), v_S^i(T))$$

強い一次相転移には
小さな $\tilde{v}_S^r, \tilde{v}_S^i$ が必要
→ 小さな v_S^i が必要

$v_S^i \gtrsim 0.5$ で T_C, v_C 逆転



→ 数値で見してみる

ベンチマークポイント

CPV CxSM and CPC CxSM

arXiv: 2205.12046

CPV

Inputs	v [GeV]	v_S^r [GeV]	v_S^i [GeV]	v_S^r/v_S^i [GeV]	m_{h_3} [GeV]	α_1 [rad]	α_2 [rad]	
BP1	246.22	0.6	0.3	125.0	124.0	124.5	$\pi/4$	0.0
BP2	246.22	0.6	0.4	125.0	124.0	124.5	$\pi/4$	0.0
BP3	246.22	0.6	0.5	125.0	124.0	124.5	$\pi/4$	0.0

Outputs	m^2	b_2 [GeV ²]	b_1^r [GeV ²]	λ	δ_2	d_2	a_1^r [GeV ³]	a_1^i [GeV ³]
BP1	$-(124.5)^2$	$-(121.2)^2$	-7.717×10^{-12}	0.511	1.51	1.111	$-(18.735)^3$	$(14.870)^3$
BP2	$-(124.5)^2$	$-(107.3)^2$	5.145×10^{-12}	0.511	1.40	0.962	$-(18.735)^3$	$(16.367)^3$
BP3	$-(124.5)^2$	$-(90.82)^2$	0.0000	0.511	1.29	0.820	$-(18.735)^3$	$(17.630)^3$

許される範囲(後述)

縮退

CP-conserving
(CPC) CxSM

Cho, Idegawa, Senaha
arXiv:2105.11830

Inputs	v [GeV]	m_{h_1} [GeV]	m_{h_2} [GeV]	α [rad]	a_1 [GeV ³]	v_S [GeV]	m_χ [GeV]
BP4	246.22	125	124	$\pi/4$	-6576.17	0.6	62.5
BP5	246.22	125	124	$\pi/4$	-6576.17	0.6	2000

Outputs	m^2 [GeV ²]	b_1 [GeV ²]	b_2 [GeV ²]	λ	a_1 [GeV ³]	d_2	δ_2
BP4	$-(124.5)^2$	$(107.7)^2$	$(178.0)^2$	0.511	-6576.17	1.77	1.69
BP5	$-(124.5)^2$	$-(1996)^2$	$(1991)^2$	0.511	-6576.17	1.77	1.69

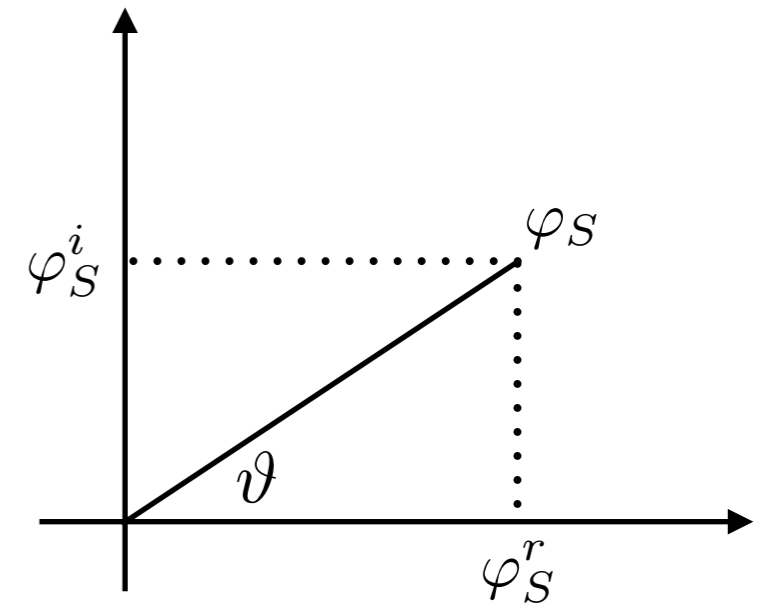
縮退

電弱相転移

CPV CxSM

Phase dependent part of HT potential

$$\begin{aligned} V^{\text{HT}}(\vartheta_S) &= \sqrt{2} (a_1^r \varphi_S^r - a_1^i \varphi_S^i) + \frac{1}{4} b_1^r (\varphi_S^{r2} - \varphi_S^{i2}) \\ &= \sqrt{2} \varphi_S (a_1^r \cos \vartheta_S - a_1^i \sin \vartheta_S) + \frac{1}{4} b_1^r \varphi_S^2 (\cos^2 \vartheta_S - \sin^2 \vartheta_S), \\ \varphi_S^r &= \varphi_S \cos \vartheta_S \quad \varphi_S^i = \varphi_S \sin \vartheta_S \end{aligned}$$



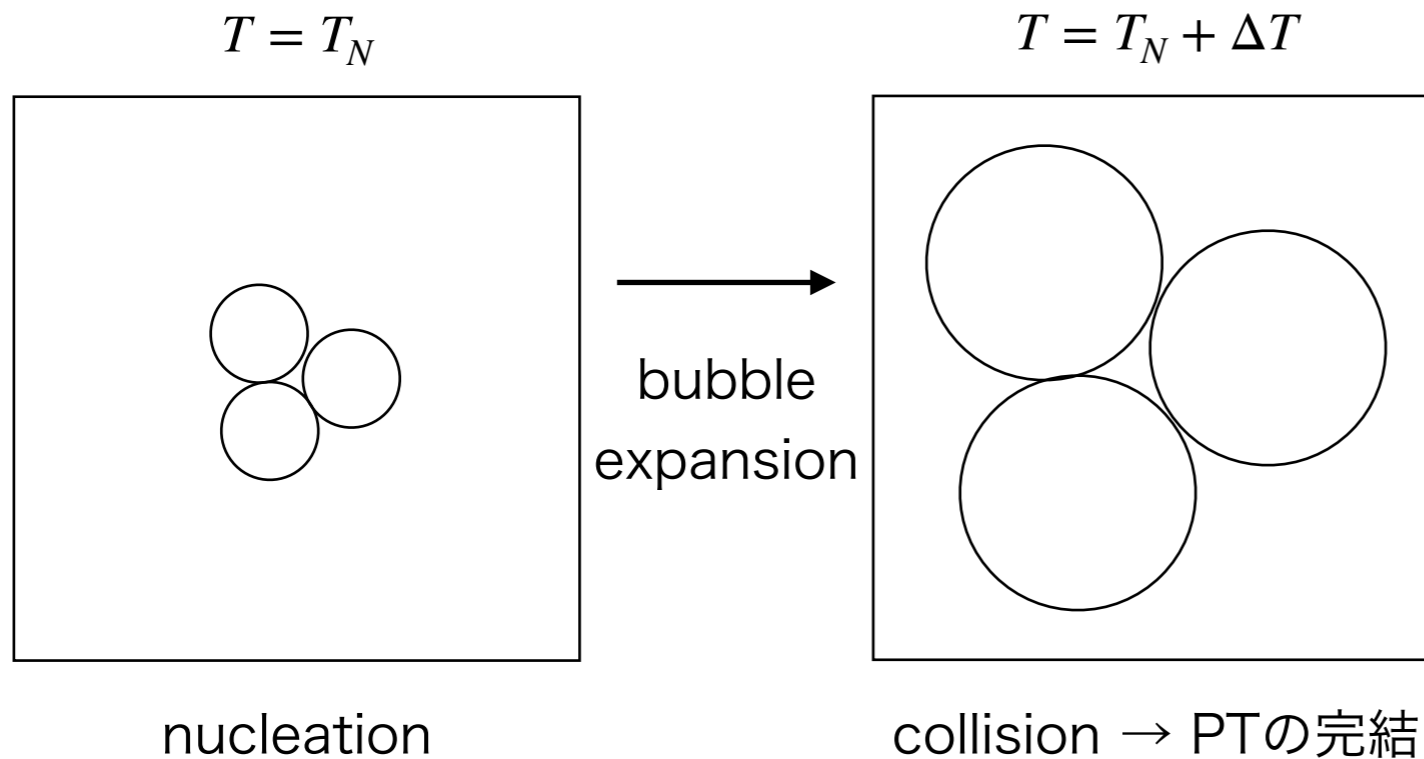
Temperature dependent structure

$$T^2 \Sigma_S (\varphi_S^{r2} + \varphi_S^{i2}) = T^2 \Sigma_S \varphi_S^2 \quad \rightarrow \text{phase is time-independent}$$

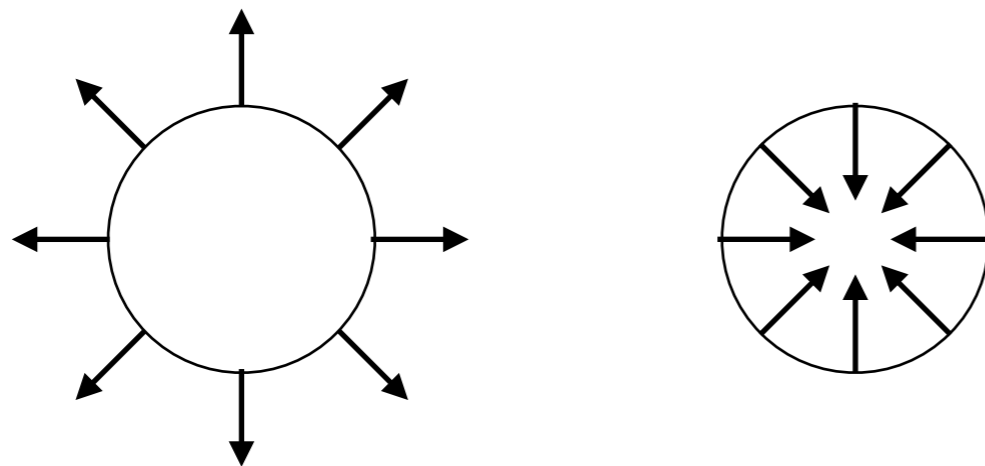
$\langle \vartheta_S(T) \rangle = \theta_S(T)$ は $T = 0$ での値 $\theta_S(T = 0) = \tan^{-1} (\varphi_S^i / \varphi_S^r)$ と同じ

bubble nucleation

CPV CxSM



- T_C ではPTは始まらない
- T_N (nucleation temperature) でnucleation開始



expand or shrink?

全てのbubbleが大きくなるわけではない

bubbleが膨張するには
bubbleの半径が一定以上で
ある必要がある
→ critical bubble

bubble nucleation

CPV CxSM

単位時間/面積あたりのnucleation rate

$$\Gamma_N(T) \simeq T^4 \left(\frac{E_{\text{cb}}(T)}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-E_{\text{cb}}(T)/T}$$

E_{cb} : T でのcritical bubbleのエネルギー

nucleation temperature T_N の定義

$$\frac{\Gamma_N(T_N)}{H^3(T_N)} = H(T_N) \simeq 1.66 \sqrt{g_*(T_N)} \frac{T_N^2}{m_{\text{P}}} \quad H(T_N) : T_N \text{ でのハッブルパラメーター}$$

$$\frac{E_{\text{cb}}(T_N)}{T_N} - \frac{3}{2} \ln \left(\frac{E_{\text{cb}}(T_N)}{T_N} \right) = 143.4 - 2 \ln \left(\frac{g_*(T_N)}{100} \right) - 4 \ln \left(\frac{T_N}{100 \text{ GeV}} \right)$$

EWPTには $E_{\text{cb}}/T \lesssim 140$ が要請される

一次相転移が強すぎるとnucleationは起こらない

bubble nucleation

CPV CxSM

$E_{cb}/T = 140$ を要請

	CPV			CPC	
	$v_S^i = 0.3$ GeV	$v_S^i = 0.4$ GeV	$v_S^i = 0.5$ GeV	$m_\chi = 62.5$ GeV	$m_\chi = 2$ TeV
v_N/T_N	$\frac{239.0}{66.85} = 3.6$	$\frac{211.7}{102.0} = 2.1$	$\frac{177.2}{123.1} = 1.4$	$\frac{241.8}{57.20} = 4.2$	$\frac{242.4}{57.99} = 4.2$
v_{SN}^r [GeV]	0.657	0.921	1.446	0.636	0.634
v_{SN}^i [GeV]	0.328	0.614	1.205	—	—
\tilde{v}_{SN}^r [GeV]	143.7	122.3	97.26	150.1	150.2
\tilde{v}_{SN}^i [GeV]	71.83	81.55	81.05	—	—
Δ	40.5%	16.7%	7.3%	46.0%	46.7%

TABLE III. VEVs at nucleation temperature T_N in the three BPs and two CPC cases. $\Delta = (T_C - T_N)/T_C$, which characterizes the degrees of supercooling.

bubble nucleation

CPV CxSM

Energy functional

$$S_3(T) = \int d^3x \left[(\partial_i H)^\dagger \partial_i H + \partial_i S^* \partial_i S + V_{\text{eff}}(H, S; T) \right]$$

$$S_3(T) = 4\pi \int_0^\infty dr r^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d\rho}{dr} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\rho_S^r}{dr} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\rho_S^i}{dr} \right)^2 + \bar{V}_{\text{eff}}(\rho, \rho_S^r, \rho_S^i; T) \right]$$

$$\langle H(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \rho(r) \end{pmatrix}, \quad \langle S(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho_S^r(r) + i\rho_S^i(r))$$

EOMs

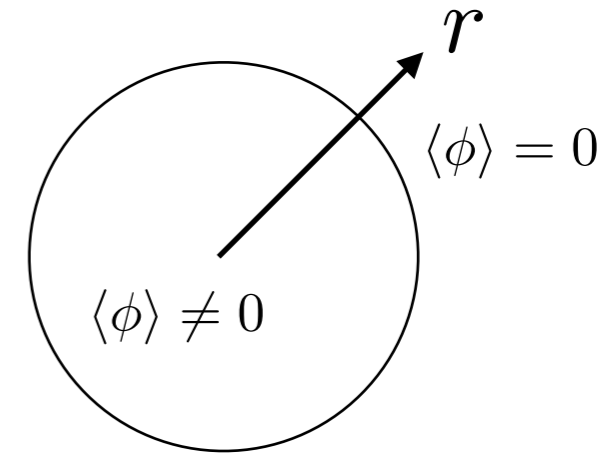
$$\begin{aligned} \frac{d^2 \rho}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\rho}{dr} - \frac{\partial \bar{V}}{\partial \rho} &= 0 \\ \frac{d^2 \rho_S^r}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\rho_S^r}{dr} - \frac{\partial \bar{V}}{\partial \rho_S^r} &= 0 \\ \frac{d^2 \rho_S^i}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\rho_S^i}{dr} - \frac{\partial \bar{V}}{\partial \rho_S^i} &= 0 \end{aligned}$$

w/ boundary conditions

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \rho(r) &= 0, & \lim_{r \rightarrow \infty} \rho_S^r(r) &= \tilde{v}_S^r, & \lim_{r \rightarrow \infty} \rho_S^i(r) &= \tilde{v}_S^i, \\ \left. \frac{d\rho(r)}{dr} \right|_{r=0} &= 0, & \left. \frac{d\rho_S^r(r)}{dr} \right|_{r=0} &= 0, & \left. \frac{d\rho_S^i(r)}{dr} \right|_{r=0} &= 0. \end{aligned}$$

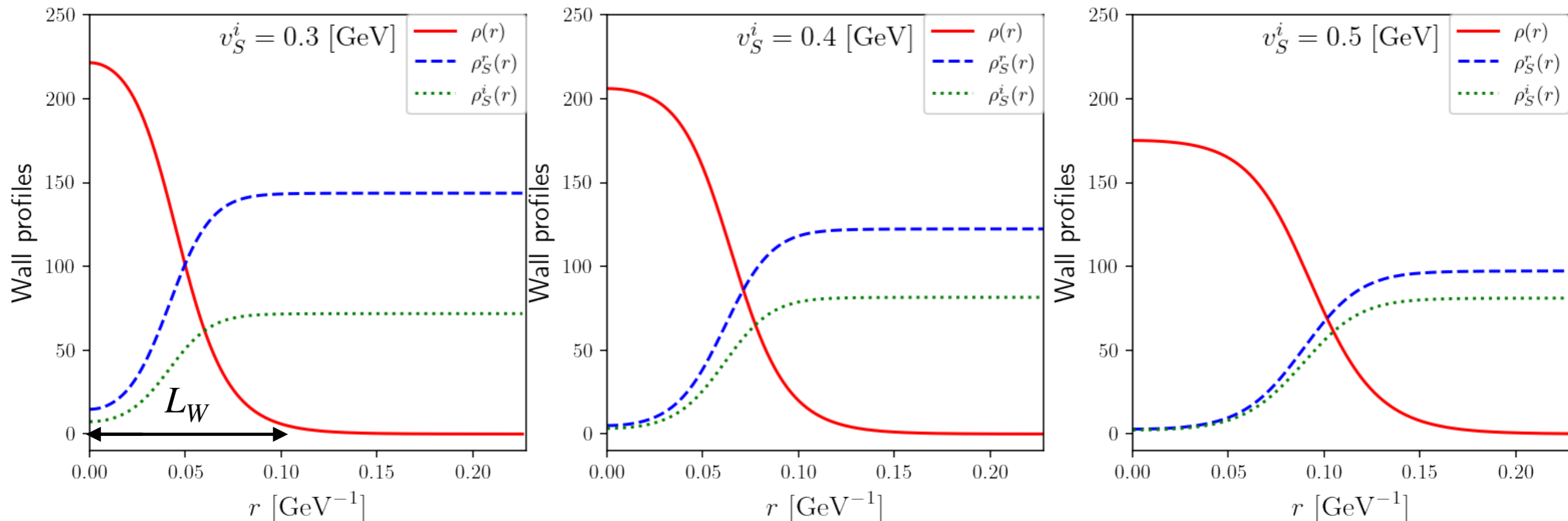
Bubble nucleation

CPV CxSM



$$\langle H(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \rho(r) \end{pmatrix}, \quad \langle S(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho_S^r(r) + i\rho_S^i(r))$$

*Critical bubbleのエネルギーを考えると
球対称のconfigurationのときが最もエネルギーが小さい
→ スカラー場はradial coordinateにのみ依存



一次相転移が強いほど壁の厚さ(L_w)は薄い

bubble nucleation

CPV CxSM

Thick wall regime $L_w > 1/T$

In BP1

$$L_w \simeq 0.1 \text{GeV}^{-1}$$

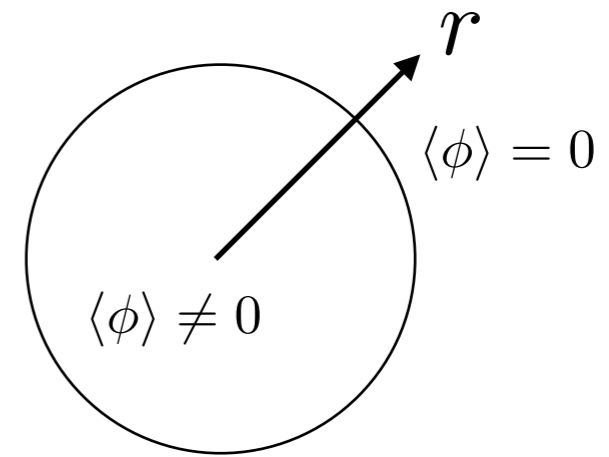
$$1/T_N \simeq 0.01 \text{GeV}^{-1}$$

→ thick wall

電弱バリオジェネシス

CPV CxSM

$$\langle H(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \rho(r) \end{pmatrix}, \quad \langle S(r) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho_S^r(r) + i\rho_S^i(r))$$



EWBGに関するCPV phase $\theta(r) \equiv \tan^{-1} \left(\frac{\rho_S^i(r)}{\rho_S^r(r)} \right)$

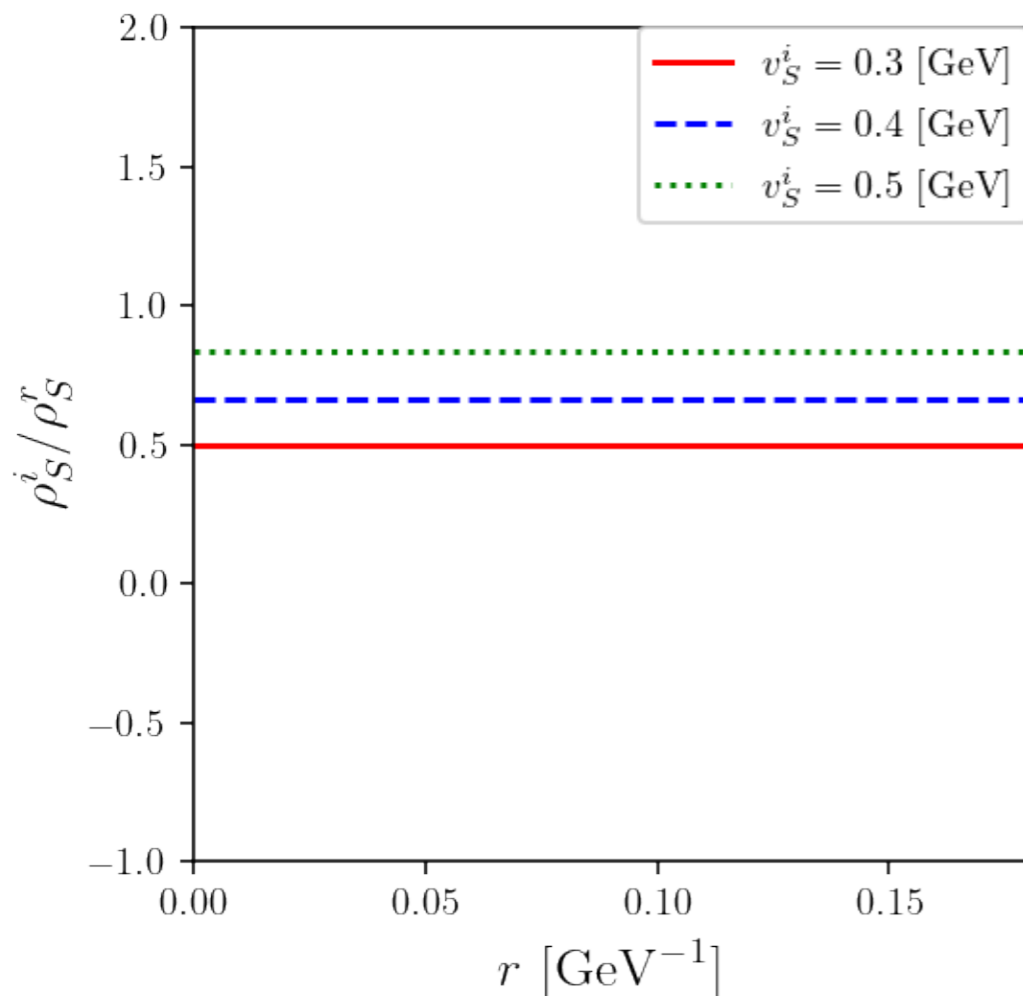
q_L : 左巻き doublet

フェルミオン

$\tilde{H} = i\tau^2 H^*$ w/ Pauli matrix τ^2

c_i : 任意の複素パラメーター

Λ : the scale of the integrated fermion



バリオン数生成のためには

CPV phaseをSMのmatter sectorに伝える以下のような項が必要

$$\mathcal{L} = -y_t \bar{q}_L \tilde{H} \left(1 + \frac{c_1}{\Lambda} S + \frac{c_2}{\Lambda^2} |S|^2 + \frac{c_3}{\Lambda^2} S^2 + \dots \right) t_R + \text{H.c}$$

相転移中のtop mass

$$m_t(r) = \frac{y_t \rho(r)}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{c_1}{\sqrt{2}\Lambda} (\rho_S^r(r) + i\rho_S^i(r)) \right) \equiv |m_t(r)| e^{i\theta_t(r)}$$

$$\theta_t(r) = \tan^{-1} \left(\frac{\rho_S^i(r)}{\sqrt{2}\Lambda/c_1 + \rho_S^r(r)} \right)$$

バリオン数は $\theta(r)$ の r 微分から発生しうる

→ バリオン数生成の可能性あり

重力波

arXiv:2105.11830, 2205.12046

CPV CxSM and CPC CxSM

強い一次相転移の重要な帰結として、bubbleとplasmaのdynamicsから生じる**重力波**がある。

重力波の振幅や周波数を決める量: 潜熱 (α)、相転移の継続時間(β)

$$\alpha \equiv \frac{\epsilon(T_*)}{\rho_{\text{rad}}(T_*)}, \quad \beta \equiv H_* T_* \frac{d}{dT} \left(\frac{S_3(T)}{T} \right) \Big|_{T=T_*}$$
$$\epsilon(T) = \Delta V_{\text{eff}} - T \frac{\partial \Delta V_{\text{eff}}}{\partial T}, \quad \rho_{\text{rad}}(T) = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4 \quad T_* = T_N$$

重力波のスペクトラム

$$\Omega_{\text{GW}}(f) h^2 = \underbrace{\Omega_{\text{col}}(f) h^2}_{\text{bubble collision}} + \underbrace{\Omega_{\text{sw}}(f) h^2}_{\text{sound wave}} + \underbrace{\Omega_{\text{turb}}(f) h^2}_{\text{turbulence}}$$

大きい α , 小さい β によって $\Omega_{\text{GW}}(f) h^2$ はenhanceされる

(強い電弱相転移は大きな α に対応)

重力波

CPV CxSM

重力波のスペクトラム

$$\Omega_{\text{GW}}(f)h^2 = \Omega_{\text{col}}(f)h^2 + \Omega_{\text{sw}}(f)h^2 + \Omega_{\text{turb}}(f)h^2$$

$$\Omega_{\text{col}}h^2 = 1.67 \times 10^{-5} \left(\frac{\beta}{H_*} \right)^{-2} \left(\frac{\kappa_{\text{col}}\alpha}{1+\alpha} \right)^2 \left(\frac{100}{g_*} \right)^{1/3} \left(\frac{0.11v_w^3}{0.42+v_w^2} \right) \frac{3.8(f/f_{\text{col}})^{2.8}}{1+2.8(f/f_{\text{col}})^{3.8}}$$

$$\Omega_{\text{sw}}h^2 = 2.65 \times 10^{-6} \left(\frac{\beta}{H_*} \right)^{-1} \left(\frac{\kappa_v\alpha}{1+\alpha} \right)^2 \left(\frac{100}{g_*} \right)^{1/3} v_w \left(\frac{f}{f_{\text{sw}}} \right)^3 \left(\frac{7}{4+3(f/f_{\text{sw}})^2} \right)^{7/2}$$

$$\Omega_{\text{turb}}h^2 = 3.35 \times 10^{-4} \left(\frac{\beta}{H_*} \right)^{-1} \left(\frac{\kappa_{\text{turb}}\alpha}{1+\alpha} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{100}{g_*} \right)^{1/3} v_w \frac{(f/f_{\text{turb}})^3}{[1+(f/f_{\text{turb}})]^{\frac{11}{3}} (1+8\pi f/h_*)}$$

v_w : wall velocity

$$h_* = 1.65 \times 10^{-5} \left(\frac{T_*}{100\text{GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}$$

重力波

CPV CxSM

$$\text{For } v_w \approx 1 \quad \kappa_{\text{col}} \simeq \frac{1}{1 + 0.715\alpha} \left(0.715\alpha + \frac{4}{27} \sqrt{\frac{3\alpha}{2}} \right)$$

$$\kappa_v \simeq \frac{\alpha}{0.73 + 0.083\sqrt{\alpha} + \alpha}$$

$$\kappa_{\text{turb}} \simeq (0.05 - 0.1)\kappa_v$$

Peak frequency

$$f_{\text{col}} = 16.5 \times 10^{-6} \left(\frac{\beta}{H_*} \right) \left(\frac{0.62}{1.8 - 0.1v_w + v_w^2} \right) \left(\frac{T_*}{100\text{GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{sw}} = 1.9 \times 10^{-5} \frac{1}{v_w} \left(\frac{\beta}{H_*} \right) \left(\frac{T_*}{100\text{GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{turb}} = 2.7 \times 10^{-5} v_w^{-1} \left(\frac{\beta}{H_*} \right) \left(\frac{T_*}{100\text{GeV}} \right) \left(\frac{g_*}{100} \right)^{1/6} \text{ Hz}$$