2023年3月18日 NITEP素粒子現象論研究会

doubly-chargedスカラーを含む模型における ニュートリノレス二重ベータ崩壊と ミューオニウム反ミューオニウム転換

T. Fukuyama, Y. Mimura, & YU, PRD**105**, 015026 (2022),
PRD**106**, 055041 (2022).

目次

上坂 優一

九州産業大学

レプトンフレーバー非保存過程

<u>レプトンフレーバー数</u> 3つ: 電子数(L_e), ミュー数(L_μ), タウ数(L_τ)

cf. レプトン数: $L = L_e + L_\mu + L_\tau$

➢ 前後で レプトンフレーバー数 のいずれかが保存しない過程 ＝ LFV 過程

⇨ **<u>荷電レプトンにおける LFV ＝ CLFV (cLFV)</u>**

- 標準模型 (SM) の枠組みで レプトンフレーバーは 保存量

allowed

$\mu^+ \to e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$

$\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu$

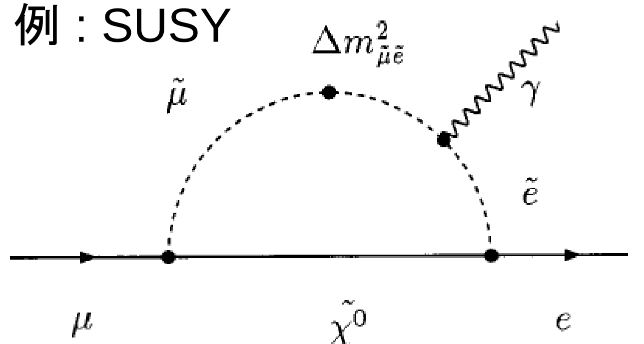
forbidden (CLFV)

$\mu^+ \to e^+ \gamma$

$\mu^+ \to e^+ e^+ e^-$

- 多くの “SMを超える模型” が CLFV を予言

例 : SUSY



- (ニュートリノ混合の寄与は小)

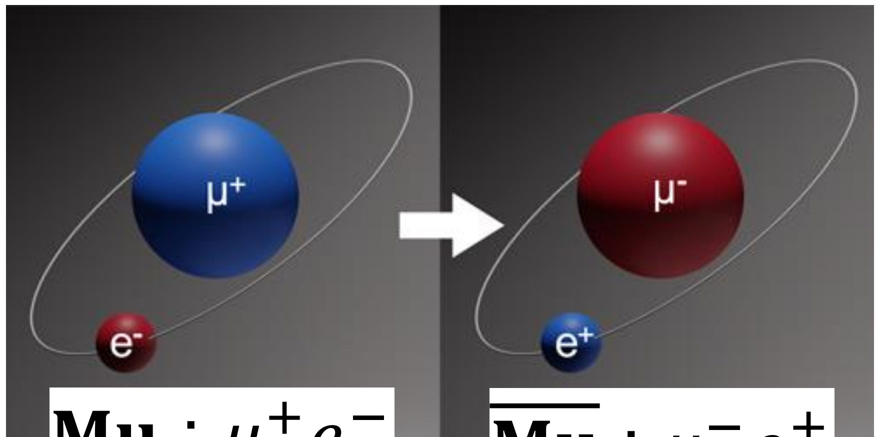
予想される崩壊分岐比

$\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma) < 10^{-54}$

➢ “世代” の発見以降 様々なCLFVモードが探索 (いずれも未発見)

Muonium(Mu)-to-Antimuonium($\overline{\mathrm{Mu}}$) 転換

Pontecorvo (1957), Weinberg & Feinberg (1961).



$\mathbf{Mu}:\mu^+e^-$ $\overline{\mathbf{Mu}}:\mu^-e^+$

- $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = 2$ でレプトンフレーバーを破る(LFV)過程

  $\Delta L_\mu = -\Delta L_e = \pm 1$ のLFVは $\mu \to e\gamma$, $\mu \to 3e$ などで厳しく制限

  ⇨ 新粒子がフレーバー数を 2つ 運ぶ場合には Mu-to-$\overline{\mathrm{Mu}}$ が優勢

- J-PARC (日本, N.Kawamura *et al.*, JPS Conf. Proc. 33, 011120 (2021)) および CSNS (中国, MACE collab.) で将来実験が計画

  $P < 8.3 \times 10^{-11}$ (PSI) ⇨ $\mathcal{O}(10^{-14})$ (CSNS)

有効相互作用

参考: R. Conlin & A. A. Petrov, PRD**102**, 095001 (2020).

$$-\mathcal{L}_{\mathrm{Mu}-\overline{\mathrm{Mu}}} = \sum_i \frac{G_i}{\sqrt{2}} Q_i$$

G_i : 結合定数

$$Q_1 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1-\gamma_5)e]$$ LL vector

$$Q_2 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1+\gamma_5)e]$$ RR vector

$$Q_3 = [\bar{\mu}\gamma_\alpha(1-\gamma_5)e][\bar{\mu}\gamma^\alpha(1+\gamma_5)e]$$ LR vector

$$Q_4 = [\bar{\mu}(1-\gamma_5)e][\bar{\mu}(1-\gamma_5)e]$$ LL scalar

$$Q_5 = [\bar{\mu}(1+\gamma_5)e][\bar{\mu}(1+\gamma_5)e]$$ RR scalar

※ 4-Fermi型の演算子は以上で全て (∵ Fierz 恒等式)

現状の制限 (PSI)

磁場 $B = 0.1$ Tesla のもと

$$P < 8.3 \times 10^{-11}$$

L. Willmann *et al.*, PRL**82**, 49 (1999).

(磁場の影響も考慮)

参考: K. Horikawa & K. Sasaki, PRD**53**, 560 (1996),
W. S. Hou & G. G. Wong, PLB**357**, 145 (1995).

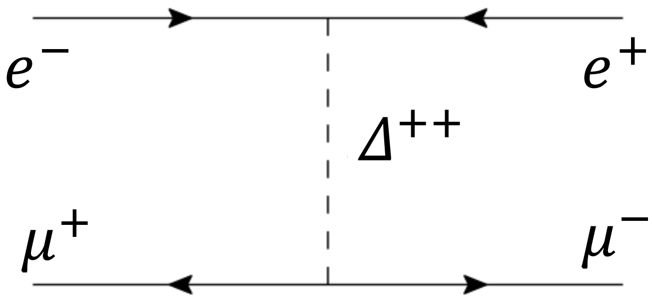
$G_3 = 0$: $$\left|G_1 + G_2 - \frac{1}{4}G_4 - \frac{1}{4}G_5\right| < 3.0 \times 10^{-3} G_F$$

$G_i = 0$ for $i = 1,2,4,5$: $|G_3| < 2.1 \times 10^{-3} G_F$

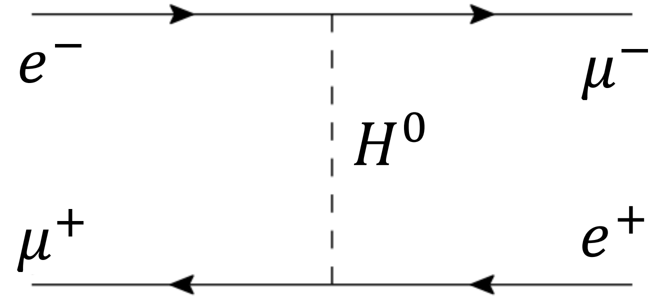
$\Rightarrow$ $|G_i|/G_F < \mathcal{O}(10^{-3})$

Mu-to-$\overline{\text{Mu}}$ 転換をtreeで出す模型

- Doubly charged



- Neutral



➢ 模型例 (PRD105, 015026 (2022))

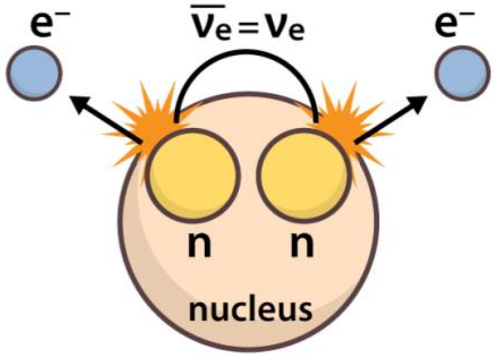
G_i : operator types

Mediator	Model	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
++	Type I + II hybrid seesaw	✓	–	–	–	–
++	Left-right model with $SU(2)_R$ triplet	–	✓	–	–	–
0	Inert Higgs doublet	–	–	✓	△	△
0	R-parity violating SUSY	–	–	✓	–	–
++	Dilepton gauge boson	–	–	✓	–	–
0	Neutral flavor gauge boson	✓	✓	✓	–	–

✓ : $G_i/G_F \sim O(10^{-3})$ is allowed　　△ : suppressed by LFV bounds

ニュートリノレス2重β崩壊 ($0\nu2\beta$)

$$(Z, N) \to (Z+2, N-2) + 2e^-$$



- レプトン数を破る(LNV)過程

⇨ Majoranaニュートリノ質量の検証に有用

- 現状の制限

$T_{1/2}(^{76}\mathrm{Ge}) > 1.8 \times 10^{26}$ years (GERDA, 2020)

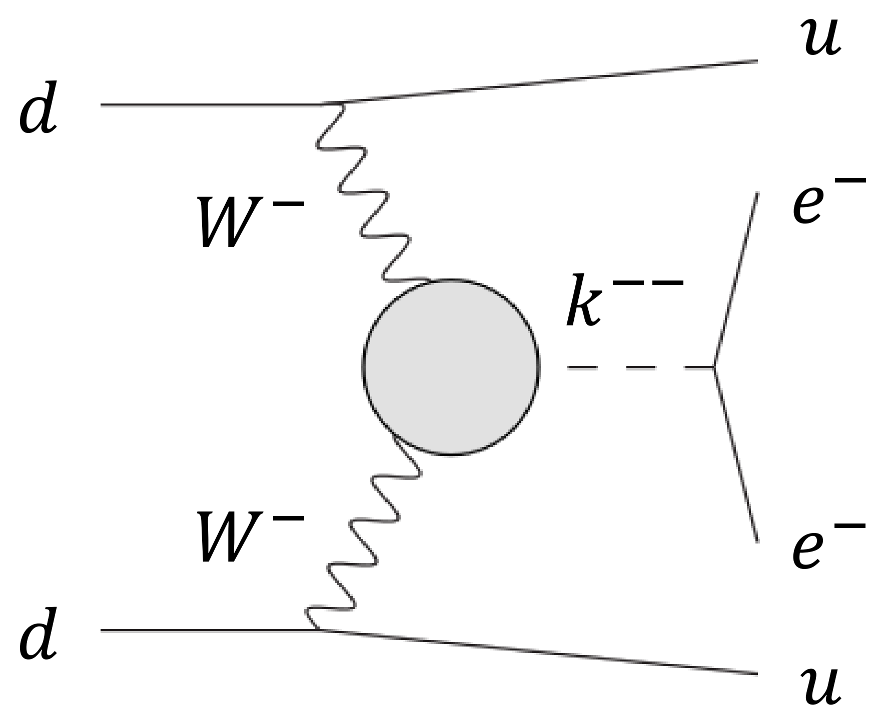
$T_{1/2}(^{130}\mathrm{Te}) > 2.2 \times 10^{25}$ years (CUORE, 2022)

$T_{1/2}(^{136}\mathrm{Xe}) > 2.3 \times 10^{26}$ years (KamLAND-Zen, 2022)

⇨ $m_{ee} < \mathcal{O}(10^{-1})\ \mathrm{eV}$

ニュートリノレス2重β崩壊 ($0\nu2\beta$)

- doubly-chargedスカラーによる寄与



⇨ Mu-to-$\overline{\text{Mu}}$ と共にdoubly-chargedスカラーの検証に有効

(生成されるMajoranaニュートリノ質量が小さくても $0\nu2\beta$ が起こり得る)

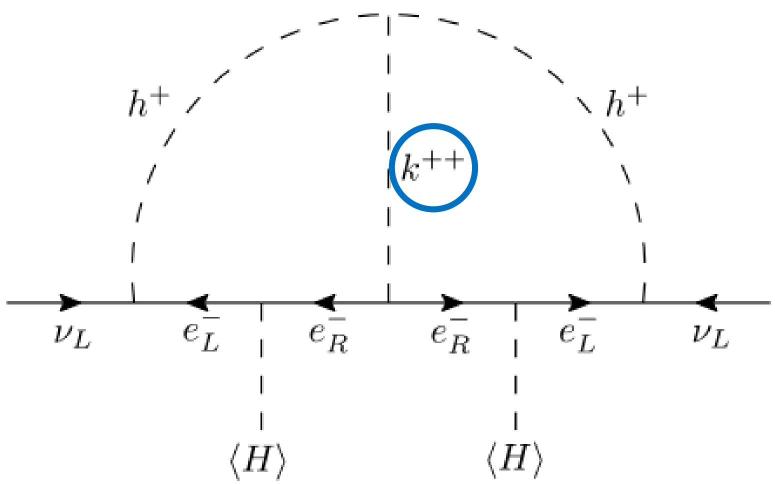
doubly-chargedスカラーを含むν質量模型

Model	$\lvert G_1\rvert/G_F$	$\lvert G_2\rvert/G_F$
Type-II seesaw	$\lesssim O(10^{-5})^{(\#)}$	–
Zee-Babu model	–	$\lesssim O(10^{-3})$
Cocktail model	–	$\lesssim O(10^{-5})$

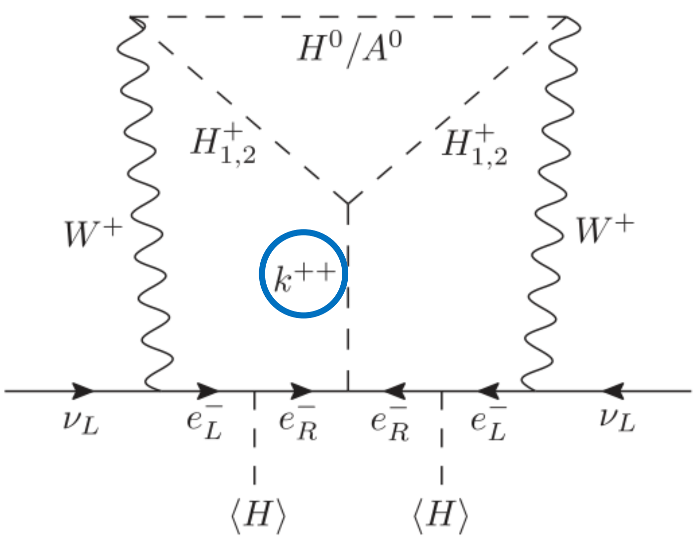
(#) 宇宙論的制限 ($\sum m_\nu < 0.12\mathrm{eV}$) による

➢ radiative ν質量模型

- Zee-Babu 模型



- Cocktail 模型



$0\nu2\beta$ in Zee-Babu & cocktail models

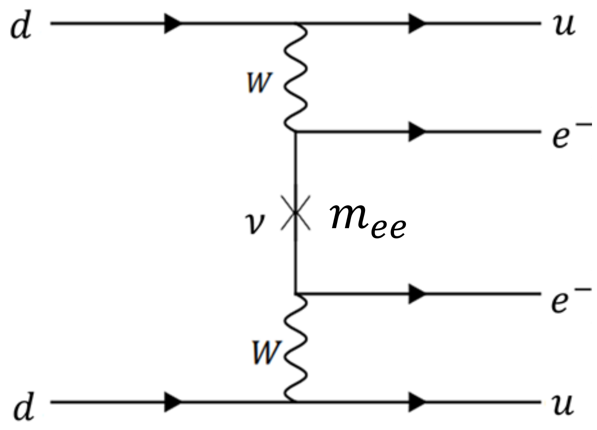
- Zee-Babu模型

  Majoranaニュートリノ質量を通じた $0\nu2\beta$

  $m_{ee} \simeq$ 1-4 meV ≪ current bound

  (順階層)

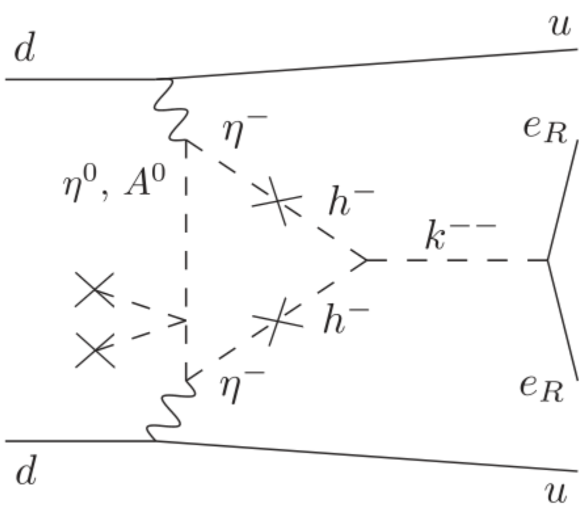
  ⇨ まだ探索実験で見えない



- cocktail模型

  M. Gustafsson, J.M. No & M.A. Rivera, PRD**90**, 013012 (2014).

  “cocktail diagram”を通じた $0\nu2\beta$

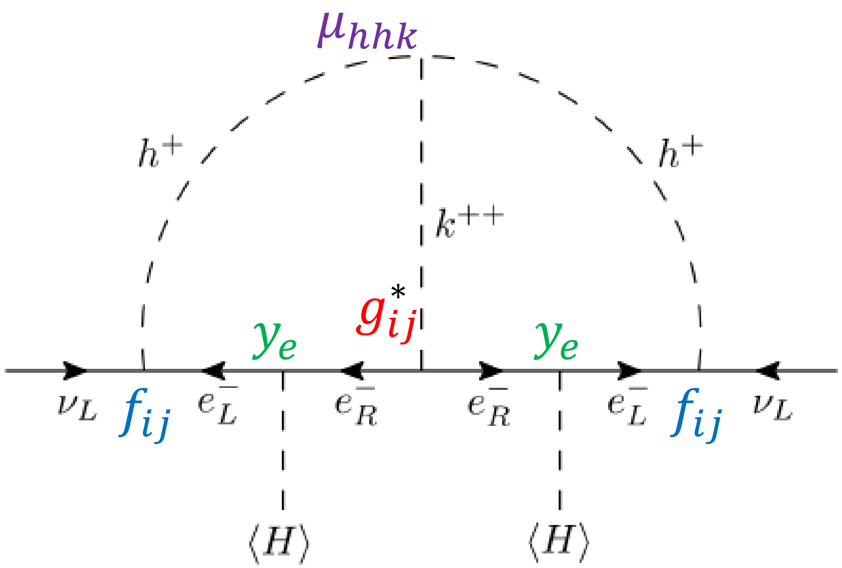


⇨ 探索実験で見える可能性

模型1: Zee-Babu 模型

radiative neutrino mass 模型の一つ

⇨ two-loop で neutrino質量を生成



i, j: flavor index

$$-\mathcal{L} \supset \left(f_{ij} \overline{\ell^c_i} \cdot \ell_j h^+ + g_{ij} \overline{e^c_i} e_j k^{++} + \mu_{hhk} h^+ h^+ k^{--} + h.c. \right)$$

$$+ m_h^2 h^- h^+ + m_k^2 k^{--} k^{++}$$

anti-symmetric for i, j

symmetric for i, j

⇨ $M_\nu \propto f M_e g^* M_e f^T$ $\qquad M_e = \mathrm{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$

rank-2 ($m_{\mathrm{lightest}} = 0$) $\quad \because$ f は flavor について anti-symmetric

- ニュートリノ質量行列 (質量順階層の場合)

U : PMNS行列

$$M_\nu = U^* \mathrm{diag}(0, m_2, m_3) U^\dagger = \frac{1}{M_0} f M_e g^* M_e f^T$$

$$f = f_0 U^* \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} U^\dagger$$

$$g^* \propto \frac{1}{f_0^2} M_e^{-1} U \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_2 & m_3 & 0 \\ a_3 & 0 & m_2 \end{pmatrix} U^T M_e^{-1}$$

a_1, a_2, a_3 : <u>フリーパラメータ</u>

- CLFV (tree)

$$-\mathcal{L} \supset g_{ij} \overline{e_i} e_j^c k^{--}$$

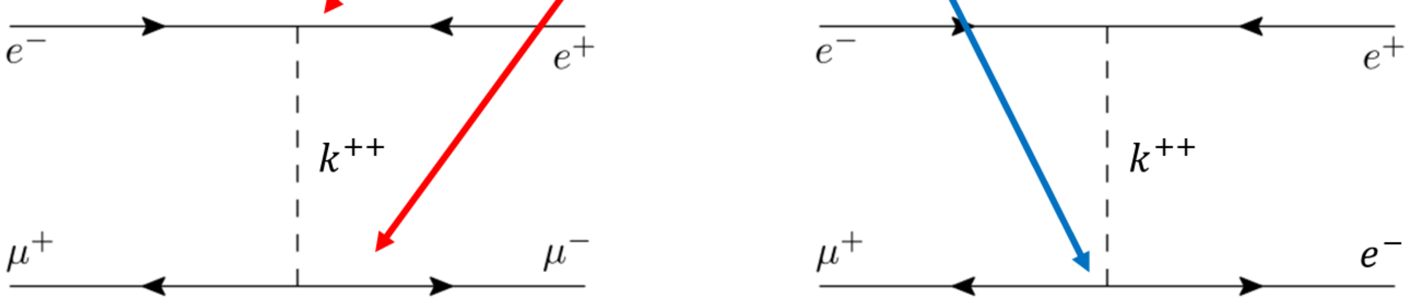
$$g = \begin{pmatrix} \boxed{g_{ee}} & \boxed{g_{e\mu}} & \boxed{g_{e\tau}} \\ g_{e\mu} & \boxed{g_{\mu\mu}} & \boxed{g_{\mu\tau}} \\ g_{e\tau} & g_{\mu\tau} & g_{\tau\tau} \end{pmatrix}$$

$g_{e\tau} \rightarrow \tau^- \rightarrow e^+ \ell \ell'$

$g_{\mu\tau} \rightarrow \tau^- \rightarrow \mu^+ \ell \ell'$

Mu-to-$\overline{\text{Mu}}$ 転換

$\mu \rightarrow 3e$

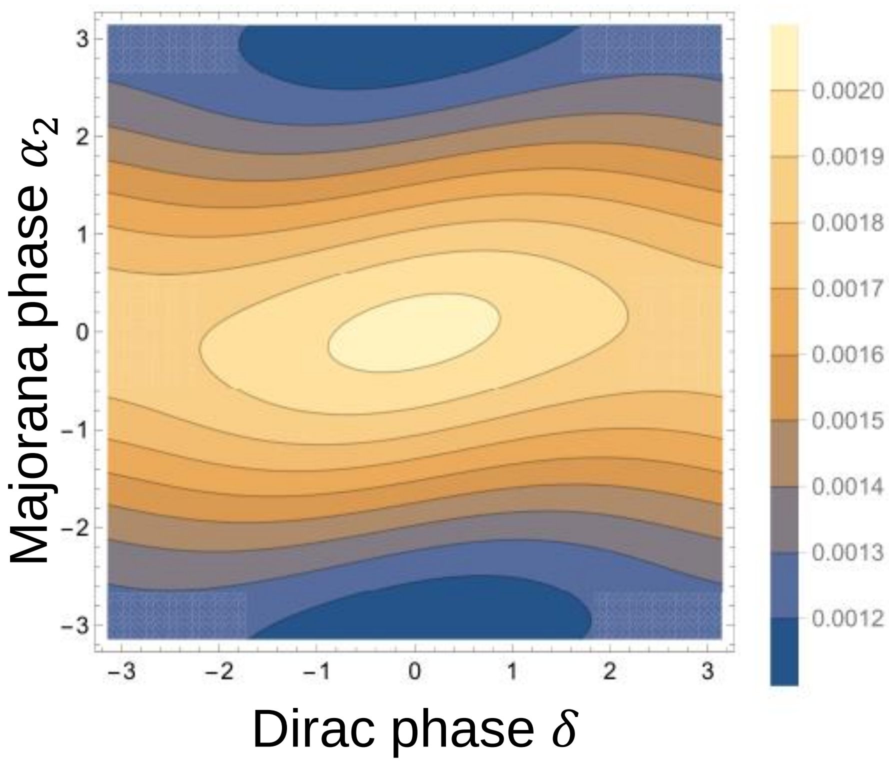


⇨ フリーパラメータ a_1, a_2, a_3 を使って CLFVの制限を回避可能

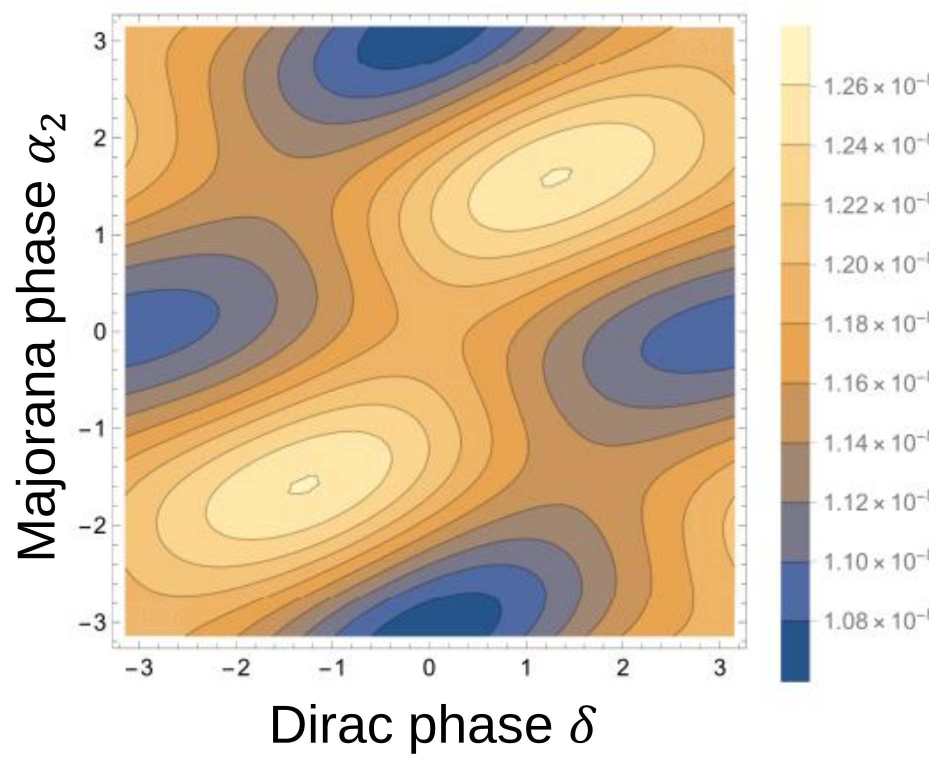
$$g_{ee} = g_{\mu\mu},\ g_{e\mu} = g_{e\tau} = 0,$$
$$f_0^2 = 0.002, m_k = 1.2\ \mathrm{TeV}, M_0/(48\pi^2) = 500\ \mathrm{GeV}$$

$$-\mathcal{L} \supset \frac{G_2}{\sqrt{2}}[\overline{\mu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)e][\overline{\mu}\gamma^\alpha(1+\gamma_5)e]$$

$|G_2|/G_F$



$\mathrm{Br}(\tau \to 3\mu) = \mathrm{Br}(\tau^- \to \mu^+ e^- e^-)$



$\Rightarrow \dfrac{G_2}{G_F} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$

$\Rightarrow \mathrm{Br}(\tau \to 3\mu) \sim \mathcal{O}(10^{-8})$

模型2: Cocktail模型

Zee-Babu 模型に inert Higgs doublet η を追加

ただし Zee-Babu 模型と異なり singlet h^+ とレプトンの結合を禁止

⇨ h^+ の loop による $\mu \to e\gamma$ は禁止

ニュートリノ質量は three-loop で生成

cf. $M_\nu^{ZB} \propto f M_e g^* M_e f^T$

$$M_\nu \propto M_e g M_e$$

⇨ Zee-Babu 模型よりもパラメータ少

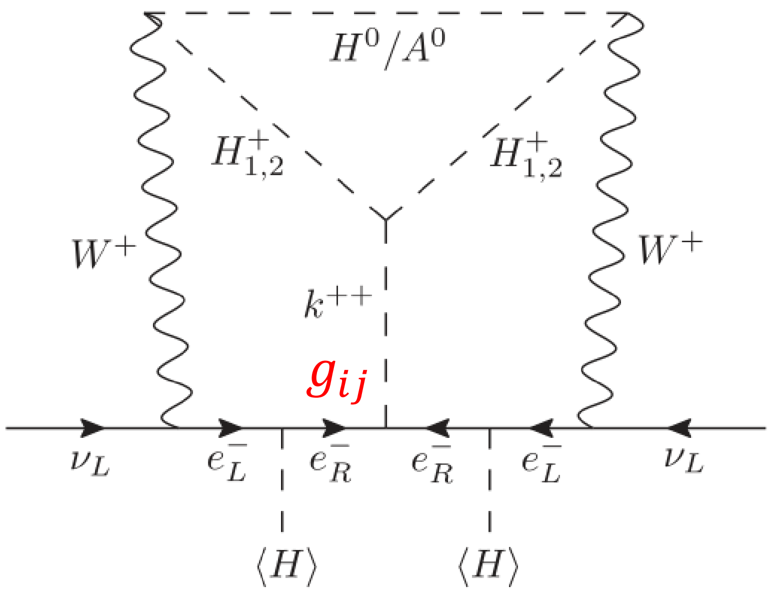
θ_{12}, θ_{13} を作るため $g_{e\tau}$ が必須

LFV探索で制限

⇨ $G_{\mathrm{Mu-\overline{Mu}}} < 5 \times 10^{-5} G_F$

(Mu-to-$\overline{\mathrm{Mu}}$ 転換を大きくできない)

➢ $0\nu2\beta$ にcocktail diagram が寄与



$H^+_{1,2}$: mixed state of η^+ & h^+

“hybrid” 模型

$$M_\nu \propto R M_e g M_e + f M_e g^* M_e f^T$$

$R \gg |f f^T|$ (cocktail)　　$0\nu 2\beta$ 大

$R \sim |f f^T|$

Mu-to-$\overline{\text{Mu}}$ 大　　$R \ll |f f^T|$ (Zee-Babu)

two-higgs-doublet 模型 + two singlets

		ℓ	e_R	Φ_1	Φ_2	h^+	k^{++}
$SU(2)_L \times U(1)_Y$		$\left(\mathbf{2}, -\frac{1}{2}\right)$	$(\mathbf{1}, -1)$	$\left(\mathbf{2}, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(\mathbf{2}, -\frac{1}{2}\right)$	$(\mathbf{1}, 1)$	$(\mathbf{1}, 2)$
Type I/Y	Z_2-charge A	$+$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$
Type II/X		$+$	$-$	$-$	$+$	$-$	$+$
Type I/Y	Z_2-charge B	$+$	$+$	$-$	$+$	$+$	$+$
Type II/X		$+$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$

(1) Z_2-charge A: Liu-Gu 模型 Z. Liu & P.-H. Gu, NPB915 (2017) 206.

$\ell\ell h^+$ 禁止 $\Phi_1\Phi_2 h^+$ 許可 ⇨ $M_\nu \propto M_e g M_e$

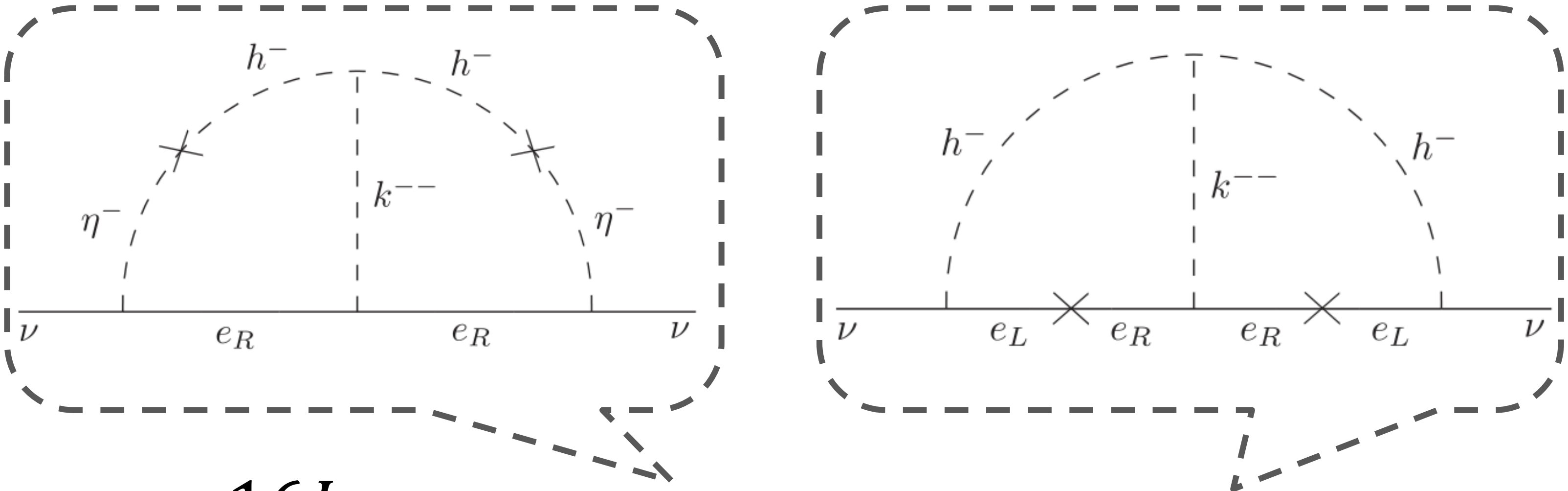
(charged higgs η^+ とレプトンの湯川結合をなくすと cocktail模型に帰着)

(2) Z_2-charge B: Zee-Babu 模型

$\ell\ell h^+$ 許可 $\Phi_1\Phi_2 h^+$ 禁止 ⇨ $M_\nu \propto f M_e g^* M_e f^T$

✓ Z_2-charge B に $\Phi_1\Phi_2 h^+$項をsoft-breaking項として加えて A と B のhybridを考えることができる

Neutrino mass



$$M_\nu = \frac{16 L_{ZB} m_{hhk}}{m_k^2}\left(R M_e g M_e + f M_e g^* M_e f^T\right)$$

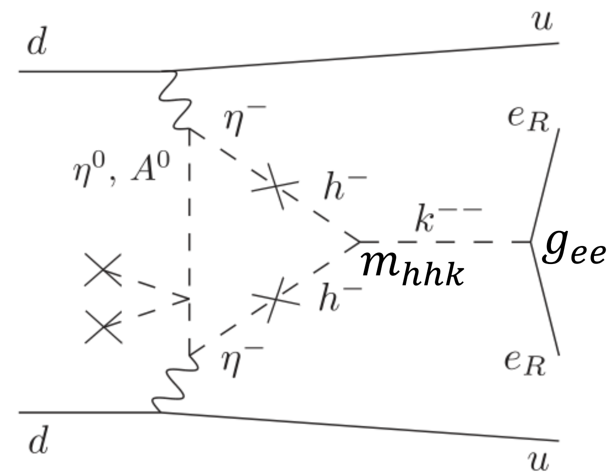
$$R = \frac{r^2 s_{2\phi}^2 m_k^2}{16 v^2}\frac{L_{LG}}{L_{ZB}}$$

L_{LG}, L_{ZB}: loop functions

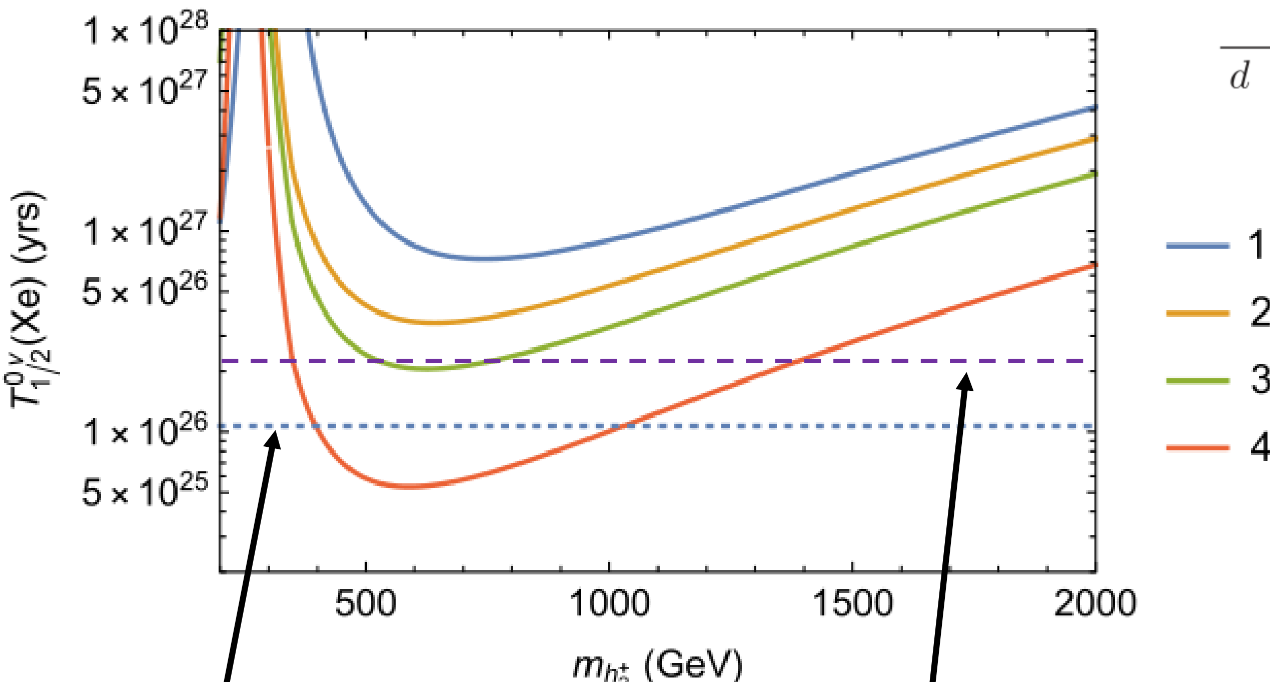
$$r = \begin{cases} -\cot\beta & \text{for type I/Y} \\ \tan\beta & \text{for type II/X} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} h_1^+ \\ h_2^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\phi & s_\phi \\ s_\phi & c_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \eta^+ \\ h^+ \end{pmatrix}$$

$0\nu 2\beta$ by cocktail diagram



$g_{ee} = 0.3 \qquad m_k^2/m_{hhk} = 1$ TeV



	$m_{h_1^+}$	m_H
1.	300 GeV	450 GeV
2.	250 GeV	450 GeV
3.	250 GeV	400 GeV
4.	250 GeV	300 GeV

(m_A は $m_H^2 - m_A^2 \simeq v^2$ となるよう選択)

bound from KamLAND-Zen (2016)

(2022)

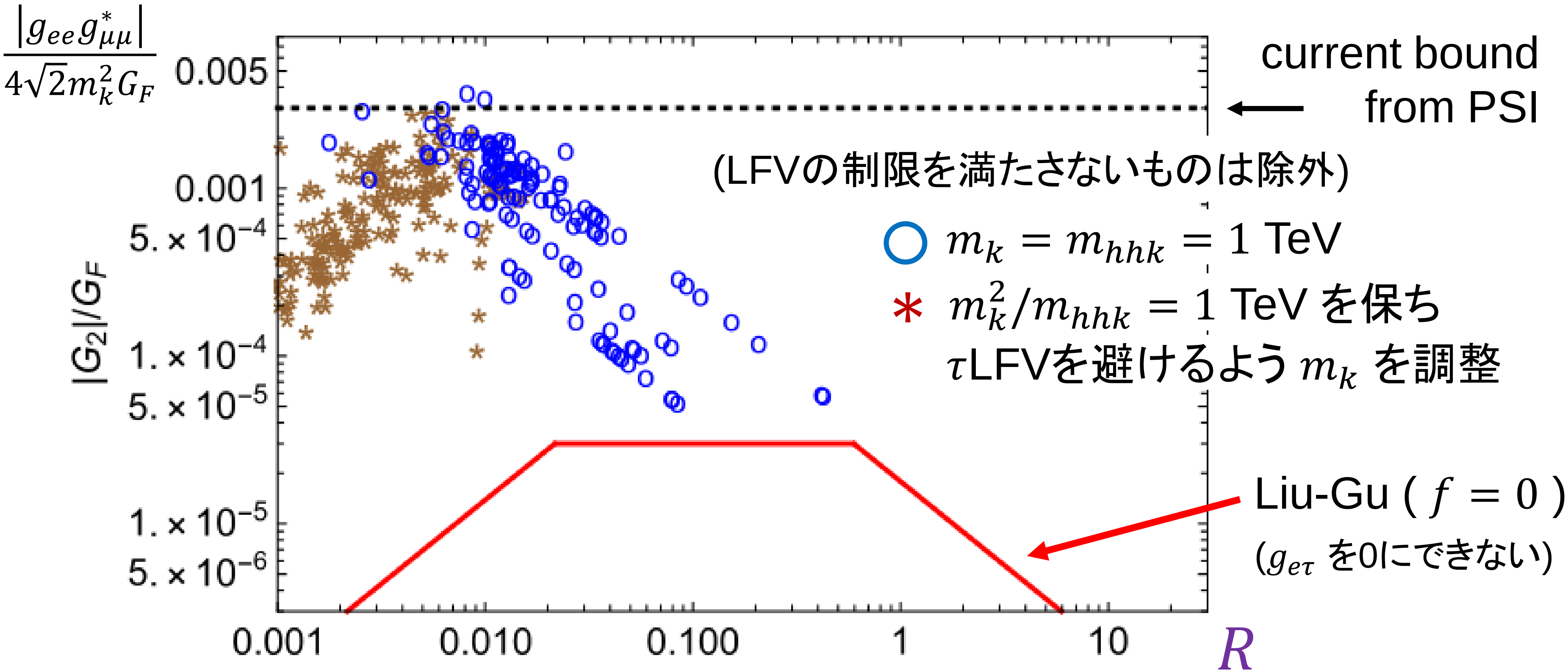
結果: Mu-to-$\overline{\mathrm{Mu}}$ vs. R

$$M_\nu \propto R M_e g M_e + f M_e g^* M_e f^T$$

$g_{ee} = 0.3$ $m_{h_2^+} = 1$ TeV $L_{ZB} = 2/(16\pi^2)^2$ $g_{e\mu} = g_{e\tau} = 0$

⇨ 残りの g_{ij} と f_{ij} (計6個)はニュートリノ振動パラメータから決定

(データ誤差の範囲でランダムに振る)



まとめ

- radiative neutrino massをdoubly-charged scalarで作る模型について
  ミューオニウム-反ミューオニウム転換と $\boldsymbol{0\nu 2\beta}$ の関係を調査
  - ✓ Zee-Babu模型では $\mathbf{Mu\text{-}to\text{-}\overline{Mu}}$ **大**、$0\nu 2\beta$ 小
    cocktail模型では $\mathrm{Mu\text{-}to\text{-}\overline{Mu}}$ 小、$\boldsymbol{0\nu 2\beta}$ **大**
  - ✓ 2HDM + two charged singlets を Z_2対称性で分類
    (soft-breaking項により2つの場合が混ざる)
- $\mathrm{Mu\text{-}to\text{-}\overline{Mu}}$ と $0\nu 2\beta$ が よい相補検証に
  - ✓ $R \sim \mathcal{O}(0.001) - \mathcal{O}(0.1)$ で
    $\mathrm{Mu\text{-}to\text{-}\overline{Mu}}$ と $0\nu 2\beta$ が共に現在の制限くらいの大きさになり得る
- left-right模型に議論を拡張することも可能
  - ✓ singly-charged & doubly-charged scalars が $SU(2)_R$ triplet に統合

Backup

Mu-to-$\overline{\text{Mu}}$ 転換

参考 : K^0-$\overline{K^0}$ 混合

静止系かつ真空中での (**Mu**, $\overline{\textbf{Mu}}$) の 2×2 Hamiltonian

$$\mathcal{M} = M - \frac{i}{2}\Gamma$$

エルミート部分 (質量項)

反エルミート部分 (吸収項)

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{22} \end{pmatrix} \qquad \Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma_{22} \end{pmatrix}$$

(CPT対称性 ⇒ $M_{22} = M_{11}, \Gamma_{22} = \Gamma_{11}$)

⇩ 対角要素の縮退 と 小さな新物理 で状態は大きく混合

固有値 $\lambda_+ = \mathcal{M}_{11} + \Delta\mathcal{M}$ ⇨ $|\psi_+\rangle \propto |\text{Mu}\rangle + r|\overline{\text{Mu}}\rangle$

$\lambda_- = \mathcal{M}_{11} - \Delta\mathcal{M}$ ⇨ $|\psi_-\rangle \propto |\text{Mu}\rangle - r|\overline{\text{Mu}}\rangle$

$\Delta\mathcal{M} \equiv \sqrt{\mathcal{M}_{12}\mathcal{M}_{21}}$

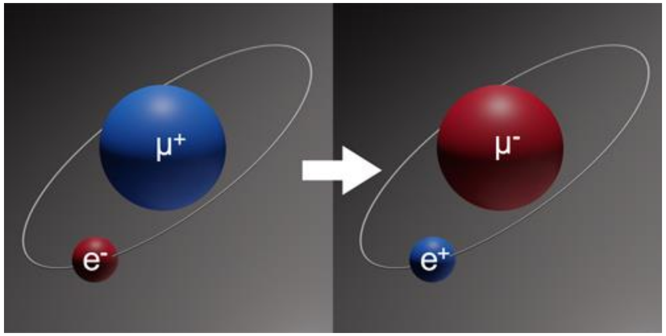
$r \equiv \sqrt{\mathcal{M}_{21}/\mathcal{M}_{12}}$

$$|\mathrm{Mu}(t)\rangle = \alpha(t)|\mathrm{Mu}\rangle + \beta(t)|\overline{\mathrm{Mu}}\rangle$$

$$|\mathrm{Mu}(0)\rangle = |\mathrm{Mu}\rangle$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12}\\ \mathcal{M}_{21} & \mathcal{M}_{11}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$$

時刻　0 $\longrightarrow$ t



⇨ 時刻 t における Mu-to-$\overline{\mathrm{Mu}}$ 転換確率:

$$P\left(\mathrm{Mu} \to \overline{\mathrm{Mu}}; t\right) \sim \left|\langle\overline{\mathrm{Mu}}|\mathrm{Mu}(t)\rangle\right|^2 \simeq e^{-\Gamma t}\sin^2\frac{\Delta M}{2}t$$

⇨ Mu が $\overline{\mathrm{Mu}}$ として崩壊する確率:

$$P\left(\mathrm{Mu} \to \overline{\mathrm{Mu}}\right) = \int_0^\infty dt\,\Gamma P\left(\mathrm{Mu} \to \overline{\mathrm{Mu}}; t\right) = \frac{1}{2}\frac{(\Delta M)^2}{(\Delta M)^2 + \Gamma^2}$$

$\Delta M \ll \Gamma$

$$\simeq \frac{(\Delta M)^2}{2\Gamma^2} = \boxed{2\tau^2(\Delta M)^2}$$

Γ : Mu 崩壊幅

$\tau = 1/\Gamma$: Mu 寿命 $\simeq 2.2$ μs

ミューオニウムの状態4つ

- ミューオニウムは 電子とミューオンのスピンの組み方により4つの状態が微細構造として存在

$$\mathrm{Mu}(F, m)$$

角運動量の大きさ

角運動量の z 成分

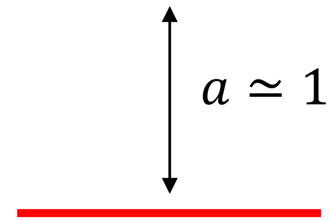
$$(F, m) = \begin{cases} (1,+1) \\ (1,0) \\ (1,-1) \\ (0,0) \end{cases}$$

triplet (ortho)

singlet (para)

$$E(\mathrm{Mu};1,0) = E(\mathrm{Mu};1,\pm 1) = E_0 + \frac{a}{4}$$

$$E(\mathrm{Mu};0,0) = E_0 - \frac{3}{4}a$$



$a \simeq 1.846 \times 10^{-5}$ eV

➢ Mu-to-$\overline{\mathrm{Mu}}$ 転換確率はミューオニウムの状態に依存

For the triplet ($F=1$) states,

$$\mathcal{M}_{1,0}=\mathcal{M}_{1,\pm1}=\frac{8|\varphi(0)|^2}{\sqrt{2}}\left(G_1+G_2+\frac{1}{2}G_3-\frac{1}{4}G_4-\frac{1}{4}G_5\right)$$

For the singlet ($F=0$) state,

$$\mathcal{M}_{0,0}=\frac{8|\varphi(0)|^2}{\sqrt{2}}\left(G_1+G_2-\frac{3}{2}G_3-\frac{1}{4}G_4-\frac{1}{4}G_5\right)$$

$\varphi(0)=\sqrt{\frac{(m_{\mathrm{red}}\alpha)^3}{\pi}}$: overlap of lepton wave functions

➢ 転換確率は **磁場**に依存 (実験室で磁場をかける場合に重要)

⇩

① $\mathrm{Mu}(1,\pm1)$ と $\overline{\mathrm{Mu}}(1,\pm1)$ のエネルギー差がnonzero

② $\mathrm{Mu}(1{,}0)$ と $\mathrm{Mu}(0{,}0)$ が混合

K.Horikawa & K.Sasaki, PRD53, 560 (1996); W.S.Hou & G.G.Wong. PLB357, 145 (1995).

① $\mathrm{Mu}(1,\pm1)$ と $\overline{\mathrm{Mu}}(1,\pm1)$ のエネルギー差がnonzero

磁場 $B\hat{\mathbf{z}}$ により $\mathrm{Mu}(1,\pm1)$ と $\overline{\mathrm{Mu}}(1,\pm1)$ にエネルギーギャップ ΔE が生成

⇨ 質量行列対角要素の縮退が解け 混合が減少

Mu と $\overline{\mathrm{Mu}}$ のエネルギー差 ΔE を考慮した際の転換確率

$$P\left(\mathrm{Mu}(1,\pm1) \to \overline{\mathrm{Mu}}\right) = \frac{2\tau^2\left|\mathcal{M}_{1,\pm1}\right|^2}{1+(\tau\Delta E)^2}$$

$$\tau\Delta E = 3.8\times10^5\times\frac{B}{\mathrm{Tesla}}$$

∴ μT 以上の磁場で $m=\pm1$ の寄与は 抑制

cf. 地磁気 30-60 μT

② Mu(1,0) と Mu(0,0) が混合

磁場中における $m = 0$ 状態の遷移振幅

$$\mathcal{M}^B_{0,0} \simeq \frac{1}{2}\left(\mathcal{M}_{0,0} - \mathcal{M}_{1,0} + \frac{\mathcal{M}_{0,0} + \mathcal{M}_{1,0}}{\sqrt{1+X^2}}\right)$$

$$\mathcal{M}^B_{1,0} \simeq \frac{1}{2}\left(-\mathcal{M}_{0,0} + \mathcal{M}_{1,0} + \frac{\mathcal{M}_{0,0} + \mathcal{M}_{1,0}}{\sqrt{1+X^2}}\right)$$

$$X = \frac{\mu_B B}{a}\left(g_e + \frac{m_e}{m_\mu} g_\mu\right) \simeq 6.31\frac{B}{\mathrm{Tesla}}$$

磁場中の転換確率

$$P = 2\tau^2\left(\left|c_{0,0}\right|^2\left|\mathcal{M}^B_{0,0}\right|^2 + \left|c_{1,0}\right|^2\left|\mathcal{M}^B_{1,0}\right|^2 + \sum_{m=\pm 1}\left|c_{1,m}\right|^2\frac{\left|\mathcal{M}_{1,\pm 1}\right|^2}{1+(\tau\Delta E)^2}\right)$$

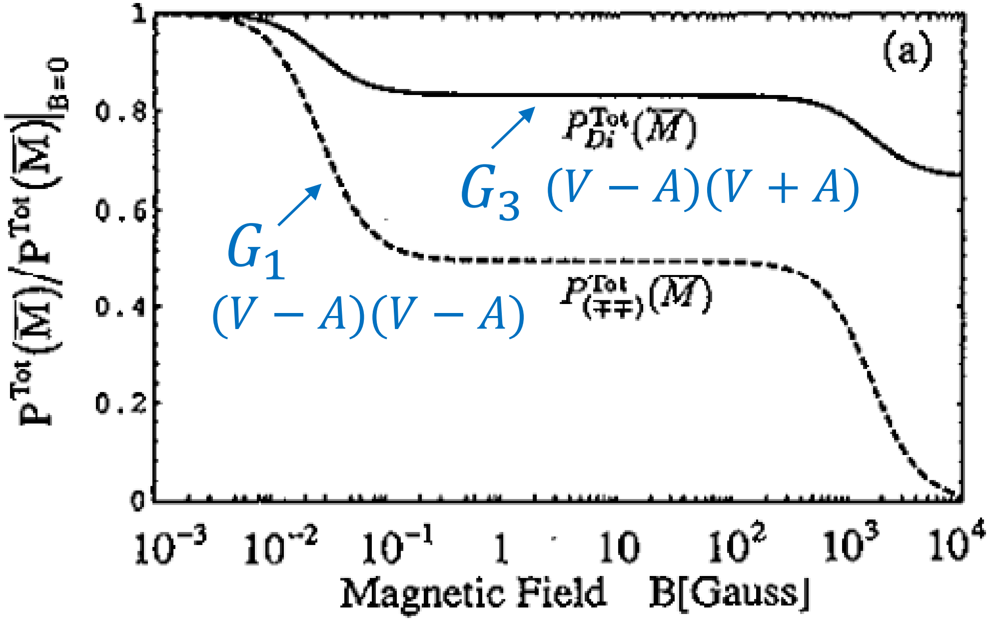
$\left|c_{F,m}\right|^2$: 始状態の存在比 $\quad \sum_{F,m}\left|c_{F,m}\right|^2 = 1$

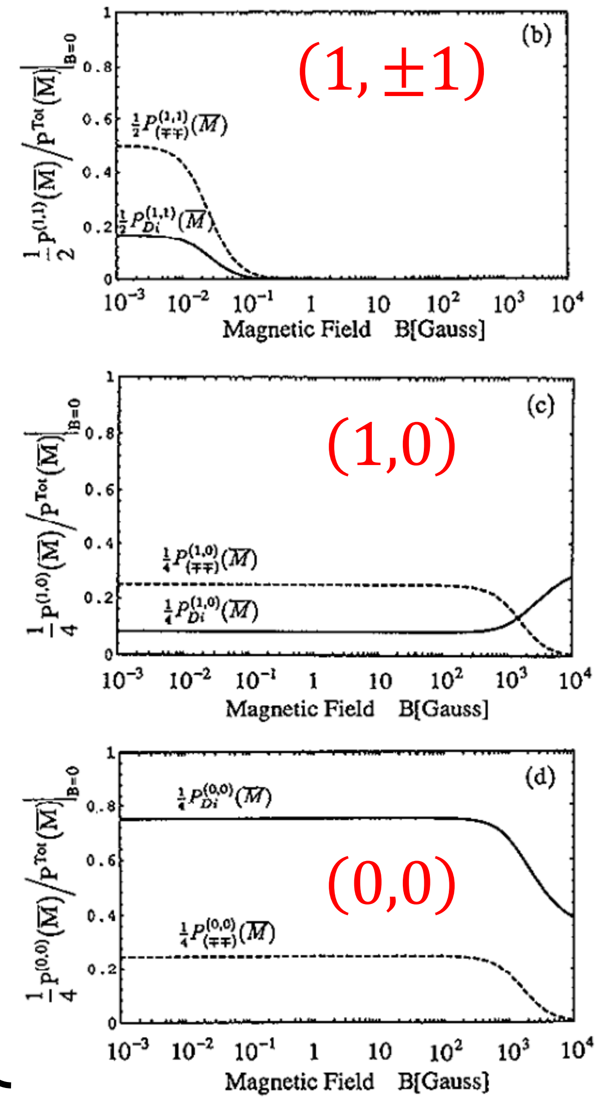
遷移確率 vs. 磁場

10^4 Gauss $=$ 1 Tesla

K.Horikawa & K.Sasaki, PRD53, 560 (1996).

Total





$(1,\pm1)$ contribution vanishes.

(1,0) & (0,0) mixes.

Muonium HyperFine Splitting

(arXiv:nucl-ex/0210022)

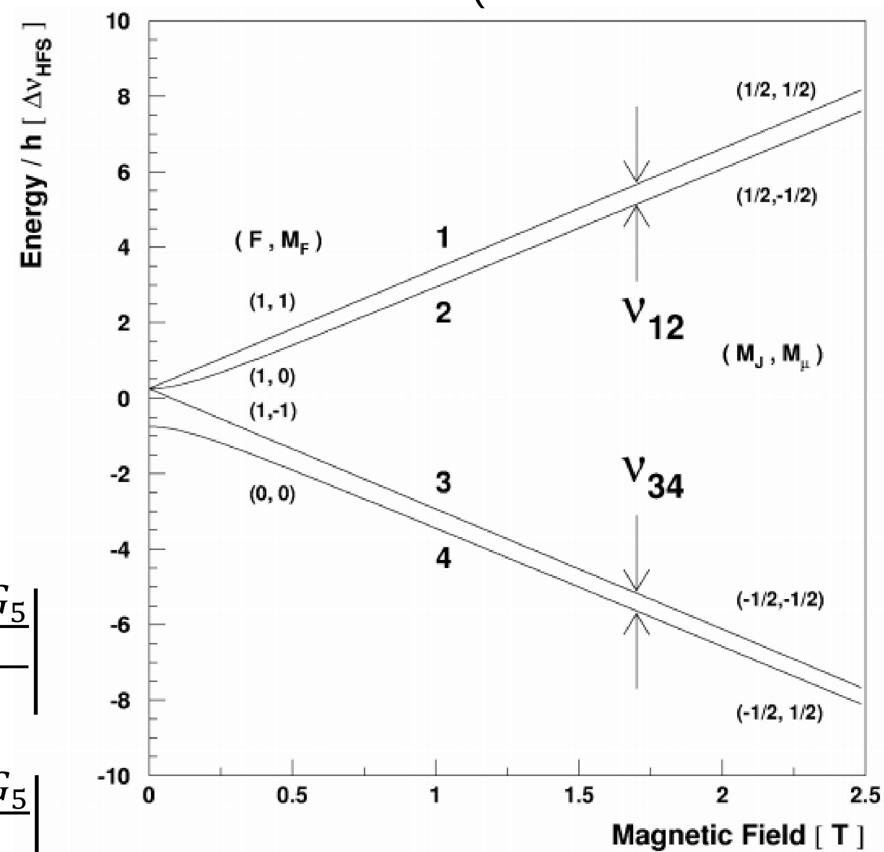
$$h\nu_{\mathrm{HFS}} = h\nu_{12} + h\nu_{34}$$

$$h\nu_{12} = \frac{a}{2}\left(1 + Y - \sqrt{1 + X^2}\right)$$

$$h\nu_{34} = \frac{a}{2}\left(1 - Y + \sqrt{1 + X^2}\right)$$

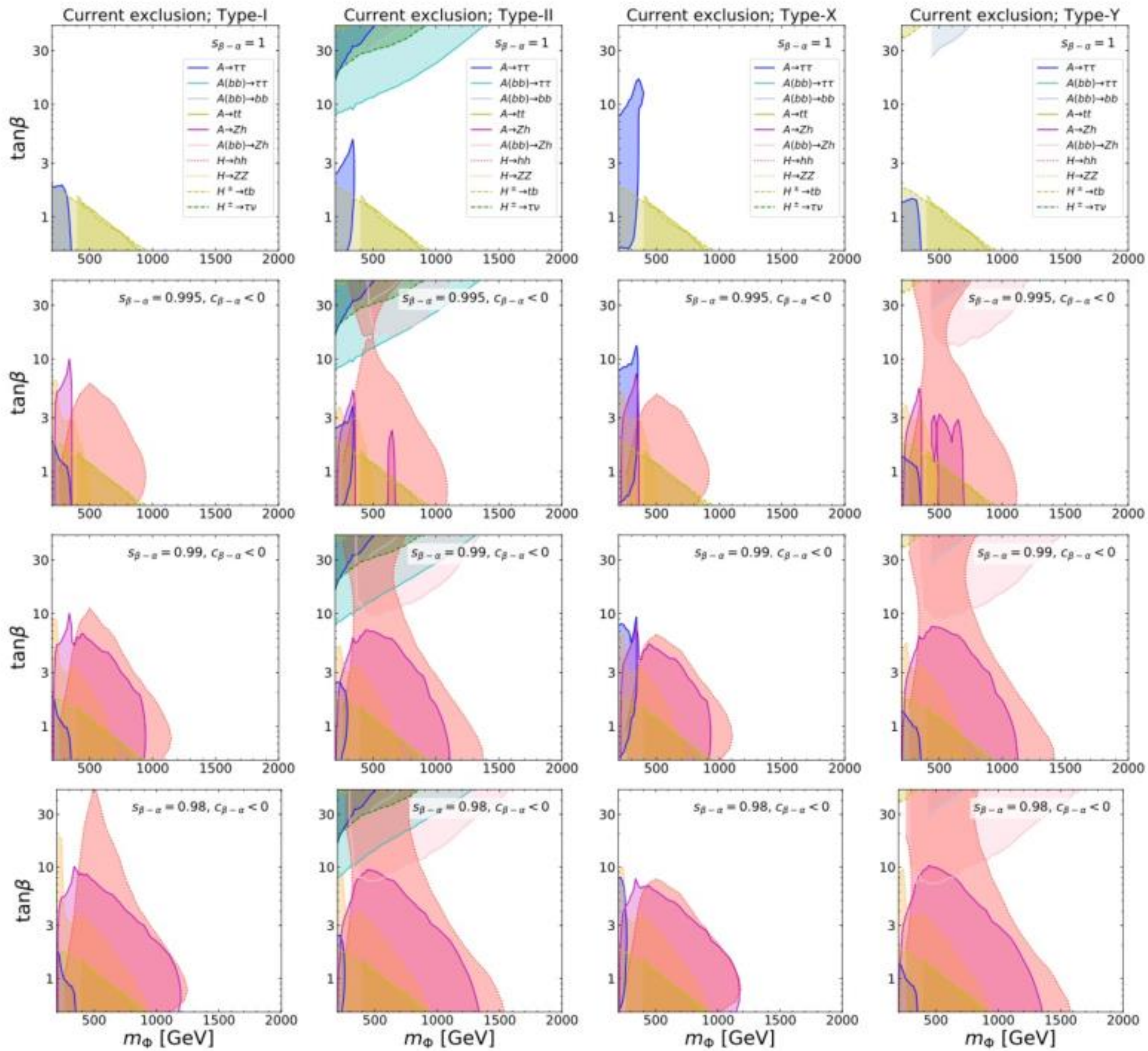
$$h\Delta\nu_{12} = \pm\frac{8m_{\mathrm{red}}^3\alpha^3}{\sqrt{2}\pi}\left|G_3 + \frac{G_1 + G_2 - \frac{G_3}{2} - \frac{G_4 + G_5}{4}}{\sqrt{1 + X^2}}\right|$$

$$h\Delta\nu_{34} = \pm\frac{8m_{\mathrm{red}}^3\alpha^3}{\sqrt{2}\pi}\left|G_3 - \frac{G_1 + G_2 - \frac{G_3}{2} - \frac{G_4 + G_5}{4}}{\sqrt{1 + X^2}}\right|$$



1 Hz 程度の精度で $B = 0$ と $B \neq 0$ における splitting を調べられれば Mu-Mubar との cross checkが可能

参考：2HDMの実験の制限



2HDM スカラーポテンシャル

Liu-Guで禁止

Zee-Babuで禁止

$$
\begin{aligned}
V =\ & m_1^2\Phi_1^\dagger\Phi_1 + m_2^2\Phi_2^\dagger\Phi_2 - \cancel{m_3^2(\Phi_1^\dagger\Phi_2 + \mathrm{H.c.})} \\
& + \frac{\lambda_1}{2}(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2 + \frac{\lambda_2}{2}(\Phi_2^\dagger\Phi_2)^2 + \lambda_3\Phi_1^\dagger\Phi_1\Phi_2^\dagger\Phi_2 \\
& + \lambda_4\Phi_1^\dagger\Phi_2\Phi_2^\dagger\Phi_1 + \frac{\lambda_5}{2}\left((\Phi_1^\dagger\Phi_2)^2 + \mathrm{H.c.}\right) \\
& + \left(m_h'^2 + \lambda_{h\Phi_1}\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \lambda_{h\Phi_2}\Phi_2^\dagger\Phi_2\right)|h^+|^2 \\
& + \left(m_k'^2 + \lambda_{k\Phi_1}\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \lambda_{k\Phi_2}\Phi_2^\dagger\Phi_2\right)|k^{++}|^2 \\
& + \lambda_h|h^+|^4 + \lambda_k|k^{++}|^4 + \lambda_{hk}|h^+|^2|k^{++}|^2 \\
& + \cancel{(\lambda_{hk\Phi\Phi}h^-k^{++}\Phi_1\Phi_2 + \mathrm{H.c.})} \\
& + (m_{hhk}h^-h^-k^{++} + \cancel{m_{\Phi\Phi h}\Phi_1\Phi_2h^+} + \mathrm{H.c.})
\end{aligned}
$$